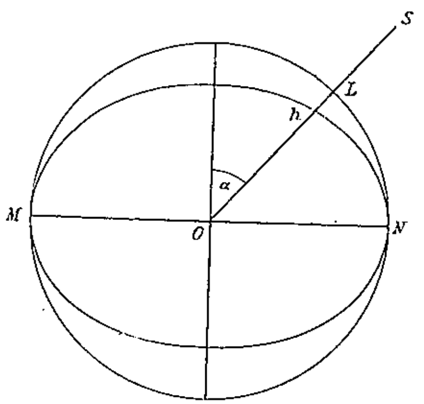
entnommen. Der aus Tafel 1a erhaltene Betrag ist stets mit negativem Vorzeichen an den Halbmesser anzubringen; das Vorzeichen der aus Tafel 1b zu entnehmenden Verbesserung ist in der Tafel angegeben.

Bezeichnet man demnach den wegen Strahlenbrechung und Parallaxe verbesserten Wert des Halbmessers mit ϱ, so ist

$$9.\quad \varrho = r + (\text{N.J.Taf. } 4) + (\text{N.J.Taf.} 1\text{a}) + (\text{N.J.Taf.} 1\text{b})$$
$$[\text{bis 1906: } \varrho = r + (\text{N.J.Taf.} 12) + (\text{N.J.Taf.} 9\text{a}) + (\text{N.J.Taf.} 9\text{b})].$$

Nach § 101 erscheinen Sonne und Mond infolge der Zunahme der Strahlenbrechung mit abnehmender Höhe nicht als kreisrunde, sondern als ovale Scheiben, und zwar wird die untere Hälfte der Scheibe noch mehr als die obere in senkrechter Richtung zusammengedrückt. — Ist O (Fig. 173) der Mittelpunkt des Gestirns, MN der horizontale Durchmesser und OS ein Stück desjenigen größten Kreises, der die Mittelpunkte beider Gestirne miteinander verbindet, so erkennt man, daß bei der Distanzmessung die Entfernung des Punktes h von dem entsprechenden Punkte des anderen Gestirns gemessen worden ist. Man hat demnach den aus den Ephemeriden des N. J. entnommenen Wert des Halbmessers, nachdem er wegen Parallaxe verbessert worden ist, noch um den Betrag hL zu verkleinern. Diese Größe ist abhängig von dem Werte der Strahlenbrechung, also von der scheinbaren Mittelpunktshöhe, sowie von dem Winkel (α) zwischen der Distanz und dem Vertikalkreise und wird aus Tafel 1a (9a bis 1906) des N. J. entnommen. — Bei der Berechnung dieser Tafel ist ein mittlerer Wert des Halbmessers (15′ 40″) zugrunde gelegt worden. Tafel 1b (9b bis 1906) gibt die Verbesserung, die anzubringen ist, wenn der Halbmesser von diesem mittleren Werte abweicht.

Fig. 173.



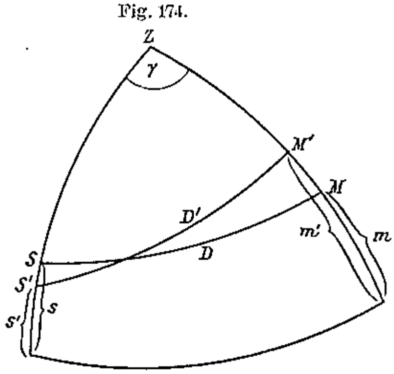
Fortsetzung des Beispiels.

Sonne.	Mond.	
$\beta = 45°$; $s = 29°$	$\alpha = 45°$; $m = 31°$	$\odot$☾ $D_\alpha = 102° 11' 0''$
$\odot r = 15' 46''$	☾$r = 15' 49''$	J. V. = -0 40
	N. J. Taf. 4 = $+8$	$D_g = 102$ 10 20
N. J. Taf. 1a = -1	N. J. Taf. 1a = -1	
N. J. Taf. 1b = 0	N. J. Taf. 1b = 0	
$\odot\varrho = 15$ 45	☾$\varrho = 15$ 56	$\odot\varrho$ + ☾ϱ = 31 41
		$D = 102$ 42 1.

IV. Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz.

§ 275. Betrachtet man zunächst die Erde als eine Kugel, so findet beim Übergange vom Beobachtungsorte zum Erdmittelpunkt infolge der vereinten Wirkung der Parallaxe und der Strahlenbrechung nur eine Verschiebung der beobachteten Gestirne in demselben Vertikalkreise, also in Höhe, statt; dagegen wird das Azimut beider Gestirne, also auch ihr Azimut-Unterschied γ (Fig. 174), nicht geändert. Da beim Monde wegen seiner verhältnismäßig geringen Entfernung von der Erde die Höhenparallaxe größer, bei der Sonne und den Planeten aber geringer ist als die Strahlenbrechung, so ist der wahre Ort des Mondes M' höher gelegen als der scheinbare Ort M; dagegen liegt der wahre Ort S' des Distanzgestirns stets unterhalb des scheinbaren Ortes S.

Fig. 174.



Zum Übergange von der scheinbaren zur wahren Mittelpunktsdistanz sind eine große Anzahl Methoden aufgestellt worden, die diese Aufgabe teils in strenger Form, teils in einem größeren oder geringeren Grade der Annäherung lösen.*) Es sollen hier einige der strengen Formeln entwickelt und dann das von **Elford** vorgeschlagene Näherungsverfahren abgeleitet werden.

Aus den Dreiecken ZSM und $ZS'M'$ (Fig. 174) ergibt sich

$$10.\quad \cos D = \sin m \cdot \sin s + \cos m \cdot \cos s \cdot \cos \gamma$$

$$11.\quad \cos D' = \sin m' \cdot \sin s' + \cos m' \cdot \cos s' \cdot \cos \gamma$$

$$12.\quad \cos \gamma = \frac{\cos D' - \sin m' \cdot \sin s'}{\cos m' \cdot \cos s'} = \frac{\cos D - \sin m \cdot \sin s}{\cos m \cdot \cos s}.$$

Durch Addition bzw. Subtraktion der Einheit erhält man aus der letzteren Gleichung die beiden folgenden:

$$\frac{\cos D' + \cos (m' + s')}{\cos m' \cdot \cos s'} = \frac{\cos D + \cos (m + s)}{\cos m \cdot \cos s}$$

$$\frac{\cos D' - \cos (m' - s')}{\cos m' \cdot \cos s'} = \frac{\cos D - \cos (m - s)}{\cos m \cdot \cos s}.$$

Also wird, wenn man zur Abkürzung setzt:

$$13.\quad \Sigma = m + s$$

$$14.\quad \Sigma' = m' + s'$$

$$15.\quad \Delta = m - s$$

$$16.\quad \Delta' = m' - s',$$

*) Eine ausführliche Zusammenstellung dieser Methoden befindet sich in der »Allgemeinen Encyklopädie der Physik«, herausgegeben von G. **Karsten**, Kapitel über Zeit- und Ortsbestimmungen, verfaßt von G. D. E. **Weyer**.

$$17.\quad \cos D' = -\cos \Sigma' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D + \cos \Sigma)$$

(Formel von Lexell)

$$18.\quad \cos D' = \cos \Delta' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D - \cos \Delta)$$

(Formel von Dunthorne).

Man kann den letzteren Formeln auch die folgende Form geben:

$$19.\quad \cos D' = -\cos \Sigma' + 2\,\frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \cos {}^1\!/_2 (D + \Sigma) \cdot \cos {}^1\!/_2 (D - \Sigma)$$

$$20.\quad \cos D' = \cos \Delta' - 2\,\frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \sin {}^1\!/_2 (D + \Delta) \cdot \sin {}^1\!/_2 (D - \Delta).$$

Außerdem soll hier die folgende Lösung der vorliegenden Aufgabe angegeben werden. Setzt man:

$$21.\quad tg\, x = 2 \cdot \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \frac{\cos {}^1\!/_2 (D + \Sigma) \cdot \cos {}^1\!/_2 (D - \Sigma)}{\sin \Sigma'},$$

so liefert die Gleichung 19:

$$22.\quad \cos D' = -\cos \Sigma' + tg\, x \cdot \sin \Sigma' = -\frac{\cos (x + \Sigma')}{\cos x}.$$

Daraus ergibt sich weiter

$$tg \frac{D'}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos D'}{1 + \cos D'}} = \sqrt{\frac{\cos x + \cos (x + \Sigma')}{\cos x - \cos (x + \Sigma')}} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos {}^1\!/_2 \Sigma' \cdot \cos (x + {}^1\!/_2 \Sigma')}{2 \cdot \sin {}^1\!/_2 \Sigma' \cdot \sin (x + {}^1\!/_2 \Sigma')}}$$

$$23.\quad tg \frac{D'}{2} = \sqrt{cotg\, {}^1\!/_2 \Sigma' \cdot cotg\, (x + {}^1\!/_2 \Sigma')}.$$

Der Hilfswinkel x in der Formel 21 liegt im ersten oder im vierten Quadranten, je nachdem $tg\, x$ einen positiven oder einen negativen Wert besitzt.

Bezüglich der Anwendung dieser verschiedenen Formeln für den Übergang zur wahren Distanz gilt folgendes: Die Formel von Dunthorne (18) oder die aus ihr abgeleitete Formel 20 können nur angewendet werden, wenn die Distanz zwischen 70° und 110° liegt. Die Formeln 21 und 23 dagegen sind in allen Fällen zu empfehlen und kommen außerhalb jener Grenzen allein in Betracht.

Die Rechnung ist in jedem Falle mit äußerster Schärfe und strengem Einschalten für die Bruchteile der Minuten auszuführen.

Da es beim Übergang zur wahren Distanz angenehm ist, eine wenigstens genäherte Kontrolle in kürzester Form zur Hand zu haben, so ist im Anhange die Tabelle 4 gegeben, aus der man die Differenz zwischen der scheinbaren und der wahren Distanz unmittelbar entnehmen kann.

Fortsetzung des Beispiels.

Berechnung der wahren Mittelpunktsdistanz (ohne Berücksichtigung der Seitenparallaxe des Mondes).

1. Nach der Formel von Dunthorne (18).

$$\cos D' = \cos \varDelta' + \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot (\cos D - \cos \varDelta).$$

$m' = 31^\circ 42{,}03'$	$\log \cos = 9{,}92\,983$	
$s' = 28\ \ 36{,}43$	$\log \cos = 9{,}94\,346$	
$m = 30\ \ 54$	$\log \sec = 0{,}06\,648$	
$s = 28\ \ 38$	$\log \sec = 0{,}05\,665$	
$D = 102\ \ 42{,}02$		$\log \cos = 9{,}34\,213\,n$
$\varDelta = +2\ \ 16$		$\log \cos = 9{,}99\,966$
		$\cos D = -0{,}21\,985$
		$\cos \varDelta = +0{,}99\,922$
	$\log (\cos D - \cos \varDelta) = 0{,}08\,603\,n$	$\cos D - \cos \varDelta = -1{,}21\,907$
	$\log$ (2. Glied) $= 0{,}08\,245\,n$	2. Glied $= -1{,}20\,906$
$\varDelta' = +3\ \ 5{,}58$	$\log \cos \varDelta' = 9{,}99\,936$	$\cos \varDelta' = +0{,}99\,853$
	$\log \cos D' = 9{,}32\,331\,n$	$\cos D' = -0{,}21\,053$

$D' = 102^\circ\ 9{,}20' = 102^\circ\ 9'\ 12''$.

2. Nach der Formel 20.

$$\cos D' = \cos \varDelta' - 2 \cdot \frac{\cos m' \cdot \cos s'}{\cos m \cdot \cos s} \cdot \sin {}^1\!/_2 (D + \varDelta) \cdot \sin {}^1\!/_2 (D - \varDelta).$$

$m' = 31^\circ 42{,}03'$	$\log \cos = 9{,}92\,983$	
$s' = 28\ \ 36{,}43$	$\log \cos = 9{,}94\,346$	
$m = 30\ \ 54$	$\log \sec = 0{,}06\,648$	
$s = 28\ \ 38$	$\log \sec = 0{,}05\,665$	
$D = 102\ \ 42{,}02$		
$\varDelta = +2\ \ 16$		
$D + \varDelta = 104\ \ 58{,}02$		
$^1\!/_2 (D + \varDelta) = 52\ \ 29{,}01$	$\log \sin = 9{,}89\,937$	
$^1\!/_2 (D - \varDelta) = 50\ \ 13{,}01$	$\log \sin = 9{,}88\,563$	
	$\log 2 = 0{,}30\,103$	
	$\log$ (2. Glied) $= 0{,}08\,245$	2. Glied $= +1{,}20\,906$
$\varDelta' = +3\ \ 5{,}58$	$\log \cos \varDelta' = 9{,}99\,936$	$\cos \varDelta' = +0{,}99\,853$
	$\log \cos D' = 9{,}32\,313\,n$	$\cos D' = -0{,}21\,053$

$D' = 102^\circ\ 9{,}20' = 102^\circ\ 9'\ 12''$.

§ 276. Die soeben erhaltene wahre Distanz D' ist ferner wegen Seitenparallaxe des Mondes zu verbessern.

Man entnimmt den Betrag der Seitenparallaxe des Mondes aus Tafel 7 (15 bis 1906) des N. J. mit den Eingängen »Breite« (vertikal) und »Azimut des Mondes« (horizontal). Die Verbesserung der wahren Monddistanz erhält man dann aus Tafel 8 (16 bis 1906) des N. J. mit den Eingängen »Winkel der Distanzlinie mit dem Vertikalkreise« (vertikal) und »Seitenparallaxe des Mondes« (horizontal). Das Vorzeichen der Verbesserung ist nach der am Fuße der Tafel 8 (16 bis 1906) angegebenen Vorschrift zu bestimmen.

Es ist im Anfange des § 275 die Voraussetzung gemacht worden, daß die Erde eine Kugel sei. Diese Annahme ist nicht vollständig zutreffend. Die Erde