TABLES de MARTELLI

En 1873, la maison d'édition Lightning Printing Office publia un opuscule d'un certain G. F. Martelli dont le titre est « Tables of Logarithms, a Simple and Accurate Method for Finding the Apparent Time ». Selon Charles H. Smiley[1], astronome et mathématicien américain, la préface de ce petit ouvrage d'une cinquantaine de pages, signée de l'auteur, indique que ce travail avait été achevé en 1853. Il est difficile de dire si une première publication avait été faite avant 1873 mais il a été relevé dans l'édition du Lightning que les exemples étaient datés de 1863 et 1864 et qu'il y figurait des lettres de recommandation de M. F. Maury[2] (officier US Navy, 1806-1873) et d'un certain R. Maxwell (également officier US Navy). Il semblerait qu'une seconde édition ait été publiée en Grande Bretagne en 1882 ; le titre en est modifié et devient « Short, Easy and Improved Method of Finding the Apparent Time at Ship » auquel on ajouta « Rapid Calculation of Apparent Time for Finding the Longitude ».

Les tables conçues par G. F. Martelli eurent une très longue existence. A quatre décimales et d'utilisation facile, elles furent très populaires dans les marines marchandes américaine, anglaise et allemande ; elles sont également connues en France et sont mentionnées dans l' « Aide-Mémoire de l'Officier de la Marine Marchande » de Ludovic Mouret (1906) et dans l' « Aide-Mémoire du Capitaine » de B. Aillet (1920). Elles ont été rééditées en Grande Bretagne[3] de nombreuses fois, complétées et adaptées au fil du temps pour résoudre pratiquement tous les problèmes courants de navigation astronomique. On notera par exemple les rééditions de :

- 1920 contenant des instructions en anglais, français, allemand, italien et espagnol,
- 1934 dont l'instruction indique la procédure de calcul de la droite de hauteur selon la méthode Marcq,
- 1936 dont le titre devient « Martelli's Navigational Tables »,
- 1943 comportant une extension d'argumentation en latitude et déclinaison ainsi que des compléments d'instruction, en anglais exclusivement.

D'autres éditions suivront, notamment en 1944, 1946 et 1948. La dernière édition des Martelli's Navigational Tables parait au tournant des années 1960-70 ; outre les tables calculées par Martelli, légèrement augmentées, l'opuscule contient tous les éléments et instructions nécessaires à la détermination complète d'une droite de hauteur par les 3 méthodes : méridien, parallèle ou vertical estimé. En une centaine d'année, l'ouvrage s'est simplement enrichi d'une dizaine de page et reste ainsi fidèle à l'esprit de son concepteur.

Qui était G. F. Martelli ? Seules les initiales de ses prénoms semblent être connues. Ch. H. Smiley indique laconiquement dans sa revue de l'édition de 1946 « *To date no trace of the personnal history of G. F. Martelli has been found by the reviewer* »; le Bowditch 1977 indique brièvement qu'il était italien. Ch. H. Cotter cite H. V. Hopkins, officier de l'US Coast Guard, qui laisse entendre dans un article paru dans le Nautical Magazine (Glasgow, vol 138, 1937) qu'il pourrait s'agir d'un pseudonyme, peut-être celui d'un certain Georges Pouvreau. On se perd en conjecture en remarquant de plus que la formulation employée pour calculer l'angle au pôle n'apparait nulle part : les instructions d'emploi sont muettes à ce sujet et l'examen des tables indique que G. F. Martelli a apporté quelques altérations à la formule de base. Ces altérations avaient très certainement pour but premier de travailler avec des logarithmes positifs et d'éviter les soustractions ainsi que les grands nombres en utilisant l'écriture sexagésimale ; il est aussi probable que G. F. Martelli ait cherché, pour des raisons indéterminées, à dissimuler la « recette » utilisée. Ce manque de transparence, associé aux doutes sur l'identité de l'auteur sont à l'origine de l'expression « Martelli's Mysteries » employées par les britanniques à propos de

[1] Les éléments à caractère historique sont extraits de deux articles, l'un de Charles H. Smiley (1903-1977) paru dans le volume 2, n° 15 (1946), de la revue MTAC relatif à la réédition de 1946 des tables de Martelli ; Smiley est un collaborateur régulier de cette revue et on retrouvera son avis pertinent à propos d'autres tables de navigation. L'autre article est dû à Charles H. Cotter et est paru dans le volume 26, n° 4 (1973) du JIN ; cet article est entièrement dévolu aux tables de Martelli.

[2] Initiateur des cartes climatologiques dites « pilot-charts ».

[3] Selon Ch. H. Cotter, l'éditeur Mc Gregor de Glasgow obtint le copyright au début du XXe siècle. La dernière édition a été publiée par Kelvin Hughes, probablement à la fin des années 60.

ces tables. Quoiqu'il en soit, il est relativement simple, aujourd'hui, de retrouver à partir des éléments des tables la formulation utilisée.

En 1885, en France, Georges Pouvreau, capitaine au long-cours, publia chez Gauthier-Villars les « Nouvelles Tables de Mer pour le Calcul de la Hauteur, de l'Heure et de l'Azimut » ; il dédie son ouvrage à E. Pereire, Président de la Compagnie Générale Transatlantique et indique en préface qu'il a établi et calculé ces tables « … *en grande partie à la mer, pendant mes quarts en bas*. ». L'analyse montre qu'elles sont quasiment identiques à celles de G. F. Martelli ; la différence principale entre les deux ouvrages se situe au niveau de la précision, les tables de Pouvreau donnant des résultats avec cinq décimales, contre quatre pour celles de Martelli ; on note également que les cinq tables qui constituent l'ensemble ne sont pas distribuées dans le même ordre et que, dès la première (et seule) édition, les tables de Pouvreau sont présentées sous une forme plus générale en proposant la résolution de multiples problèmes : calcul d'angle horaire, méthode Marcq de Saint-Hilaire, azimut, orthodromie etc. Enfin, G. Pouvreau indique de manière détaillée, dans ses instructions d'emploi, les altérations qu'il applique à la formule de base qui sont aussi celles employées par Martelli. En revanche, Pouvreau ne cite nulle-part Martelli.

Qu'en conclure ? Martelli et Pouvreau ne formaient-ils qu'une seule et même personne comme le suppose H. V. Hopkins ? Pouvreau ayant trouvé les tables de Martelli intéressantes aurait-il repris le travail à son compte en construisant sur ce modèle un outil plus précis et plus général ? Peut-on considérer une totale indépendance entre les deux auteurs ? Cette dernière assertion est bien entendue possible et il ne faut pas l'écarter mais il parait peu probable que des constantes quasiment identiques aient été choisies indépendamment pour altérer la formulation de base ; la coïncidence est surprenante. Le décalage dans le temps entre les premiers travaux de Martelli et la publication de Pouvreau (une trentaine d'année sur la base des renseignements fournis par Smiley) tendrait à montrer que la première assertion est peu réaliste. Reste la seconde qui peut paraître la plus probable. Quoiqu'il en soit, les tables de G. Pouvreau n'eurent pas le succès que connurent celles de G. F. Martelli et disparurent rapidement.

La formule employée est issue de la formule fondamentale et est énoncée en annexe 1-1 :

$$2.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2 = \frac{\cos(\varphi - D) - \sin H}{\cos\varphi\,.\cos D}$$

Elle peut aussi s'écrire, en utilisant la fonction haversine et en inversant l'expression :

$$\frac{1}{\mathrm{hav}(P)} = \frac{\cos\varphi\,.\cos D}{\mathrm{hav}(\xi) - \mathrm{hav}(\varphi - D)}$$

Expression dans laquelle ξ désigne la distance zénithale 90° - H. Sous forme logarithmique et après inversion, la première relation s'écrit :

$$\mathrm{colog}\, 2.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2 = \mathrm{co}\log[\cos(\varphi - D) - \sin H] + \log\cos\varphi + \log\cos D$$

Tout en gardant cette forme, la formule est ensuite modifiée par l'ajout de constantes dont la justification – quand elle peut être faite – et les valeurs précises sont indiquées en annexe. Les tables de Martelli permettent ainsi d'évaluer successivement des nombres correspondant aux logarithmes des cosinus de la latitude et de la déclinaison (table 1), au cosinus de (φ – D) et au sinus de la hauteur (tables 2 et 3) puis au co- logarithme de la différence de ces rapports (table 4). La somme des éléments obtenus en table 1 (pour φ et D) et en table 4 est l'argument d'entrée en table 5 d'où l'on extraira l'angle au pôle cherché.

Le succès de ces tables s'explique facilement par leur commodité d'emploi, les tableaux de nombres étant disposés dans l'ordre du feuilletage, l'absence d'application de règles de signe, la quasi absence d'interpolation et le petit nombre d'opérations à effectuer : six entrées dans les tableaux et deux opérations arithmétiques (trois si on inclut la différence φ – D). Ajoutons que le document est de dimension commode (15 sur 24 cm) et que la typographie des éditions consultées est excellente.

Comme toutes les tables à quatre décimales, celles de Martelli sont imprécises, nous y reviendrons. Elles firent aussi l'objet de critiques sévères de la part d'experts reconnus comme S. T. S. Lecky[4] qui ne les jugeait pas intéressantes concernant le gain en temps de calcul et peu dignes de confiance. Ces tables sont en effet relativement grossières : Ch. H. Smiley a effectué des vérifications par sondage et a relevé un nombre significatif d'erreurs d'arrondis. A noter cependant que, dans l'ultime édition, la table 5 a été entièrement recalculée, l'angle au pôle étant argumenté en degrés et minutes avec un intervalle de 1'.

G. F. Martelli a conçu ces tables pour effectuer un calcul d'angle horaire ; elles sont donc disposées dans l'ordre d'exécution de ce calcul. Elles peuvent néanmoins être utilisées pour le calcul de hauteur nécessaire à l'application de la méthode Marcq de Saint-Hilaire. Le calcul est un peu moins commode car, l'inconnue étant la hauteur, il faut poser l'équation comme ci-dessous :

$$\mathrm{colog}[\cos(\varphi - \mathrm{D}) - \sin \mathrm{H}] = \mathrm{colog}2.\left(\sin\frac{\mathrm{P}}{2}\right)^2 - \log\cos\varphi - \log\cos \mathrm{D}$$

L'ordre d'entrée dans les tables est alors différent de celui de la mise en page : 5, 1, 4, 2, 3 et le calcul comporte une addition et deux soustractions.

Le calcul d'azimut, introduit probablement avec l'édition de 1943, utilise la formule de calcul par l'heure et la hauteur sous la forme suivante :

$$\cos(90° - \mathrm{Az}) = \frac{\cos(90° - \mathrm{P}).\cos \mathrm{D}}{\cos \mathrm{H}}$$

Il est exécuté exclusivement avec la table 1 qui donne des logarithmes correspondant aux cosinus.

Peu de tables peuvent rivaliser avec celles de G. F. Martelli quant à leur durée d'existence et il est apparu utile d'évoquer l'ensemble de leur histoire car, en définitive, le document n'a pas fait l'objet de modification de fond sur la centaine d'année de son existence. Ces tables, nées sensiblement à la même époque que celles de J. T. Towson et de Sir W. Thomson, sont construites à partir de la formule fondamentale, utilisent les logarithmes et sont disposées selon plusieurs tableaux à simple entrée. Elles constituent l'archétype des tables de résolution du problème de la droite de hauteur par une méthode directe pour laquelle les recherches vont se poursuivre et se focaliser sur des transformations de la formule fondamentale dans le but de limiter le feuilletage et les opérations tout en essayant, comme toujours, d'éviter au maximum les interpolations.

[4] In Wrinckles in Practical Navigation, 16e édition 1912, page 472.

ANNEXE

FORMULATION EMPLOYÉE

On reprend ci-dessous la formulation indiquée par G. Pouvreau en explication de ses tables, identique à celle de Martelli.

Partant de la formule :

$$2.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2 = \frac{\cos(\varphi - D) - \sin H}{\cos\varphi\,.\cos D}$$

On inverse les deux membres, on les multiplie par 10 et on ajoute et retranche 1 au dénominateur du second membre et on obtient :

$$\frac{10}{2.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}.\cos\varphi\,.\sqrt{10}.\cos D}{\cos(\varphi - D) + (1 - \sin H) - 1}$$

On ajoute et retranche 0,2 au dénominateur du second membre et on multiplie les dénominateurs par 10^3 :

$$\frac{10}{2.10^3.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}.\cos\varphi\,.\sqrt{10}.\cos D}{10^3.[0{,}2 + \cos(\varphi - D)] + 10^3.(1 - \sin H) - 1200}$$

On pose $M = 10^3.[0{,}2 + \cos(\varphi - D)]$, $N = 10^3.(1 - \sin H)$ et $S = M + N$,on multiplie les deux membres par $10^7/4630$ et on obtient :

$$\frac{10^5}{9260.\left(\sin\frac{P}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}.\cos\varphi\,.\sqrt{10}.\cos D}{4630.10^{-7}.[M + N - 1200]}$$

La table 1 de Martelli (Log of Lat and Declination) donne la partie décimale (mantisse) des logarithmes de $\sqrt{10}.\cos\varphi$ et de $\sqrt{10}.\cos D$ avec 4 chiffres significatifs ; l'argument est exprimé de 0° à 71° 34' avec un intervalle de 1'. Les cosinus ont été multipliés par $\sqrt{10}$ pour éviter les logarithmes négatifs. En 1943, la table 1 a été prolongée jusqu'à 90° sans que la formule ne soit changée ; les logarithmes correspondant aux arguments supérieurs à 71° 34' sont donc négatifs.

La table 2 (Sum or Difference) donne M en fonction de la différence algébrique φ – D exprimée de 0° à 90° avec un intervalle de 1' et la table 3 (Angle of Altitude) donne N en fonction de la hauteur H selon une même argumentation. Le résultat brut du calcul de M et de N est supposé être exprimé en secondes de temps et est converti dans les tables 2 et 3 en minutes, secondes et dixièmes. Cet artifice, relativement courant semble-t-il à l'époque, a pour but de faciliter les opérations sur des grands nombres en les décomposant en deux blocs.

On forme la somme S = M + N, toujours exprimée en minutes, secondes et dixièmes. L'analyse montre que S est bornée par 20 m et 36 m 40 s. En effet, lorsque $\cos(\varphi - D) = \sin H$, c'est-à-dire au moment du passage au méridien, on a M + N = 1200 s = 20 m. Le maximum de la somme M + N est obtenu lorsque $\cos(\varphi - D) = 1$ et $\sin H = 0$ et donne M + N = 2200 s = 36 m 40 s.

La table 4 (Auxiliary Logarithm) donne, en fonction de S argumenté de 20 m 00,0s à 36 m 40,0 s avec un intervalle de 0,1 s le cologarithme de $4630.10^{-7}.[M + N - 1200] = 0{,}4630.[\cos(\varphi - D) - \sin H]$. Ce logarithme est exprimé avec 4 décimales avec, notamment, $\mathrm{co}\log 0{,}4630 \approx 0{,}3344$.

Enfin, la table 5 (Hour Angle) donne :

$$\log\frac{10^5}{9260.\left(\sin {}^{P}/_{2}\right)^2} \approx 1{,}0334 - 2.\log\sin {}^{P}/_{2}$$

cette table est directement argumentée en angle horaire, de 0 h à 8 h et de 16 h à 24 h avec un intervalle de 5 s.

On détermine donc la somme S puis le cologarithme correspondant avec la table 4. On effectue ensuite la somme de ce cologarithme avec les deux logarithmes obtenus en table 1. Cette somme est entrée en table 5 dont on extrait l'angle horaire.

Observations relatives à la construction des tables :

Table 4 : on remarque que pour l'argument 20 m 00,0 s, le cologarithme n'est pas défini et tend vers l'infini : on aurait alors dû inscrire dans la table le symbole correspondant. Il n'en est rien et G. F. Martelli a porté la quantité 5,0000. De même, pour 20 m 00,1 s, il aurait dû être inscrit 4,3344 ; on trouve 4,3010. Les nombres figurant ensuite sont corrects. Martelli aurait-il cherché à désorienter ceux qui ont essayé de trouver la formulation qu'il a employée[5] ?

Il est hasardeux de donner d'autres éléments de justification relatifs aux constantes employées. On remarque cependant que le rapport $10^5/9260 = 10{,}799$ est peu différent de 10,800 ; on sait d'autre part que le nombre 10800 était fréquemment employé pour l'interpolation avec des logarithmes proportionnels dans les calculs de distances lunaires. Ce nombre aurait-il influencé Martelli ? Ch. H. Smiley, et quelques autres auteurs anglo-saxons, écrivent la formule utilisée par Martelli sous la forme globale, presque équivalente, puisque le rapport ci-dessus ne tombe pas exactement sur 10,8 :

$$\frac{10{,}8}{\mathrm{hav(P)}} = \frac{1{,}08.\sqrt{10}.\cos\varphi\,.\sqrt{10}.\cos \mathrm{D}}{\mathrm{hav}(90° - \mathrm{H}) - \mathrm{hav}(\varphi - \mathrm{D})}$$

[5] G. Pouvreau donne les bonnes valeurs dans ses tables, sauf pour 20 m où il indique 0,00000 au lieu du symbole de l'infini.