Chapitre 3

TABLES DU COMMANDANT GUYOU

Le capitaine de frégate Émile Guyou devrait figurer parmi les précurseurs mais la nature des deux principaux travaux relatifs aux tables de navigation dont il est l'auteur est tout à fait originale et particulière. Nous avons donc choisi de lui consacrer un chapitre distinct du précédent.

Introduction :

Émile Guyou (1843-1915) était officier de marine ; admis à l'École navale en 1860, il en sort en 1862 avec le grade d'aspirant de 2e classe. Sa carrière, militaire comme maritime, ne paraît pas avoir comblé ses attentes aussi décide-t-il, en 1879 de renoncer au service actif dans la Flotte. Il sollicite, et obtient, un poste de professeur à l'École navale : pendant 6 ans, il y enseigne l'architecture navale et la théorie du navire ainsi que l'astronomie et la navigation. En 1885, il quitte l'École navale pour la Direction du Service Hydrographique de la Marine, à Paris, où il est chargé des instruments nautiques. Il est élu membre de l'Académie des sciences le 15 janvier 1894, en remplacement de l'amiral Pâris et succède, en 1896, à l'amiral Fleuriais comme membre titulaire du Bureau des Longitudes ; il est nommé Directeur de l'Observatoire de la Marine et du Bureau des Longitudes de Montsouris cette même année ; il occupe le poste en 1896 et 1897 puis de 1900 à 1910, conjointement avec l'astronome Auguste Claude.

Les travaux d'Émile Guyou relèvent des mêmes domaines scientifiques que ceux dont il a dispensé un enseignement à l'École navale ; ces travaux l'inscrivent dans la lignée des « marins savants » comme Pagel, Marcq de Saint-Hilaire et quelques autres dont on évoquera les travaux au fil de cette étude. Outre les tables de navigation qui font l'objet de ce chapitre, on retiendra notamment ses recherches en théorie du navire et sur le compas magnétique ainsi que ses études relatives à la mise au point de l'extrait de la Connaissance des Temps à l'usage des marins.

Les tables de navigation conçues par É. Guyou relèvent d'une démarche originale qui n'a pas d'équivalent chez d'autres auteurs. Inspiré par le concept d'un raisonnement direct sur la carte marine, É. Guyou a mis au point une formulation basée sur la fonction latitude croissante puis a ensuite utilisé les propriétés des courbes de hauteur pour développer une méthode de calcul des éléments de la droite de hauteur. En 1884 paraissent les « Tables de poche donnant le point observé et les droites de hauteur » ; ces tables permettent de calculer les éléments d'une droite de hauteur par la méthode du parallèle estimé (et accessoirement du méridien estimé) par la formulation en latitude croissante. En 1888, dans les Annales Hydrographiques, É. Guyou précise les fondements théoriques de sa méthode et en ébauche les liens avec la théorie des courbes de hauteur ; la généralisation est posée en 1895 dans le mémoire « Les Problèmes de Navigation et la Carte Marine » paru dans les Annales Hydrographiques de cette même année puis publié par Berger-Levrault en 1896. En 1901 É. Guyou publie, toujours dans les Annales Hydrographiques, une étude sur les courbes de hauteur. Enfin, en 1911, paraissent ses « Nouvelles Tables de Navigation » ; elles ont été précédées par la publication, dans la Revue Maritime en février 1909, d'un mémoire relatif à leur théorie et furent présentées à l'Académie des sciences le 26 juin 1911.

Les Tables de Poche :

Elles sont construites à partir de la définition de la latitude croissante, fonction qui sert à fixer l'espacement des parallèles d'un canevas de Mercator qui est celui d'une large majorité de cartes marines. L'expression mathématique de cette fonction, sur laquelle on reviendra en annexe, est de la forme :

$$\lambda(\varphi) = \frac{10800}{\pi} . \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\cos\varphi} = \frac{10800}{\pi} . \ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)$$

On utilise également la fonction complémentaire :

$$\mathrm{co}\lambda(\varphi) = \lambda(90° - \varphi) = \frac{10800}{\pi} . \ln\cot\frac{\varphi}{2}$$

On trouve les valeurs numériques prises par la fonction latitude croissante dans toutes les tables de navigation et « l'astuce » d'É. Guyou fut tout d'abord de transformer certaines formules de trigonométrie sphérique pour les rendre calculables avec cette fonction et son complément puis d'enrichir la présentation des tables.

En effet, avant la publication des « Tables de Poche », les latitudes croissantes étaient seules mises en table (voir par exemple les tables de V.-M. Caillet). Pour résoudre le problème de la droite de hauteur selon sa théorie, Émile Guyou a mis au point une table donnant simultanément les latitudes croissantes et leurs compléments avec un intervalle d'argumentation de 1' d'arc : l'entrée se fait donc « par le haut et la gauche » pour les arguments inférieurs à 45° et « par le bas et la droite » pour les arguments compris entre 45° et 90°, les intitulés de colonne étant inversés, disposition habituelle dans les tables de trigonométrie. G. Friocourt a repris cette même disposition dans ses Tables de Logarithmes et de Navigation (1899) ; il écrit dans les instructions d'emploi :

> « *La disposition particulière donnée à la table VI permet d'en faire usage dans l'application des méthodes nouvelles de M. le capitaine de frégate Guyou, pour la détermination des droites de hauteur* ».

On constatera que la méthode est difficilement applicable au procédé de calcul des éléments de la droite de hauteur mis au point par Marcq de Saint-Hilaire aussi É. Guyou utilise-t-il les méthodes du parallèle estimé (Lalande) et du méridien estimé (Borda), la première étant la plus aisée à appliquer. Les formulations utilisées ainsi que des exemples de calcul sont développés en annexe 3-1. Malgré un calcul relativement bref, on a remarqué la difficulté de l'exercice de transformation des formules.

Les Nouvelles Tables de Navigation :

Sur la sphère terrestre, l'ensemble des points d'où l'on observe un astre, à un instant donné, à une hauteur vraie H est un petit cercle de la sphère, le cercle de hauteur, dont le centre est la projection terrestre de l'astre (ou point substellaire) et dont le rayon sphérique est égal à la distance zénithale $\xi = 90° - H$. La courbe de hauteur est l'image de ce cercle sur la carte marine (de Mercator). Il n'est pas ici question de refaire une étude complète de ces courbes. Les recherches initiales, très détaillées, faites notamment par des officiers de marine ou des professeurs d'hydrographie à la fin du XIX^{e} siècle, ont été ensuite résumées dans les principaux manuels et traités de navigation publiés au cours du XX^{e} siècle. Dans une première approche, on retiendra qu'il existe trois « espèces » de courbes de hauteur suivant la position du cercle de hauteur par rapport aux pôles terrestres et qu'une courbe donnée peut toujours être superposée à une autre suivant une translation en latitude, dans le plan de la carte. Cette propriété va permettre de substituer à la courbe de hauteur correspondant à l'observation une courbe identique, à partir de laquelle les éléments de tracé de la droite pourront être plus simplement déterminés. Le principe de construction des Nouvelles Tables de Guyou est illustré en figure 3-1 ci-après.

Supposons qu'un observateur mesure la hauteur H d'un astre A à un instant donné ; à cet instant, l'angle horaire au premier méridien de l'astre est AHap et sa déclinaison est D ; la position estimée E de l'observateur a pour coordonnées géographiques φ_e et G_e. Sur la carte, le lieu de position de l'observateur est l'arc de courbe (C), que, dans la pratique, au voisinage des positions considérées, on confond avec sa tangente au point déterminatif Z'. Pour déterminer intercept et azimut, É. Guyou considère la courbe de hauteur (C_0), superposable à la courbe (C) , telle que, dans la translation, le point E ait pour transformé un point E_0 situé sur l'équateur. Cette courbe correspond à l'observation à partir de ce point d'un astre fictif A_0, ayant même angle horaire au premier méridien que A, une déclinaison D_0 et une hauteur H_0. Dans ces conditions, le calcul des éléments de la droite de hauteur est particulièrement simple puisque la latitude de calcul est nulle : hauteur H_{e0} et azimut Az_{e0} sont alors des fonctions des deux variables : l'angle au pôle P_e et la déclinaison D_0.

ANNEXE 3-1

TABLES de POCHE

Les fonctions λ et coλ :

x étant un nombre réel quelconque, soit la fonction T définie par $\mathrm{T(x)} = \tan(45° + x/2)$. Cette fonction est définie pour tout x différent de 90° + k.180° (k entier relatif).

Considérons maintenant la fonction $\mathrm{T}(90° - x) = \tan(90° - x/2) = \cot x/2$. Cette fonction est définie pour tout x différent de k.180° ; elle est notée coT(x).

À partir des expressions de définition, et pour x quelconque, on établit algébriquement que les fonctions T(x) et coT(x) vérifient les résultats résumés dans le tableau ci-dessous :

x	-x	90° - x	90° + x	180° - x	180° + x
T(x)	1/T(x)	coT(x)	-coT(x)	-T(x)	-1/T(x)
coT(x)	-coT(x)	T(x)	1/T(x)	1/coT(x)	-1/coT(x)

Les expressions de définition permettent de vérifier les deux identités fondamentales suivantes :

$$\mathrm{T(x)} = \frac{\mathrm{coT(x)} + 1}{\mathrm{coT(x)} - 1} \quad \text{et} \quad \mathrm{coT(x)} = \frac{\mathrm{T(x)} + 1}{\mathrm{T(x)} - 1}$$

Elles serviront notamment à déterminer directement T(x) connaissant coT(x) et réciproquement sans passer par le calcul de l'argument x.

On considère maintenant un réel φ appartenant à l'intervalle $[0°, 90°[$ et la fonction λ(φ) telle que :

$$\lambda(\varphi) = \frac{10800}{\pi}\int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\cos\varphi}$$

dont l'expression est, après intégration :

$$\lambda(\varphi) = \frac{10800}{\pi}.\ln\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{10800}{\pi}.\ln \mathrm{T}(\varphi)$$

et on pose :

$$\mathrm{co}\lambda(\varphi) = \frac{10800}{\pi}.\ln\cot\frac{\varphi}{2} = \frac{10800}{\pi}.\ln \mathrm{coT}(\varphi)$$

ln désignant le logarithme népérien, les fonctions λ et coλ sont appelées latitude et colatitude croissantes. Pour une latitude φ donnée, positive, λ(φ) représente sur la carte de Mercator, la distance, en minutes d'équateur et à l'échelle de la carte, entre les images de l'équateur et du parallèle de latitude φ.

Méthode du parallèle estimé (Lalande) :

Le triangle de position PZA de l'astre à l'instant de l'observation est ici construit à partir du pôle de l'hémisphère dans lequel se trouve l'astre (par raccourci : pôle de l'astre). Z est le point déterminatif cherché, situé sur le parallèle estimé de l'observateur. Les éléments connus sont les trois côtés : PZ, PA et ZA, compléments respectifs de la latitude φ, de la déclinaison D et de la hauteur H, celle-ci représentant ici la hauteur vraie de l'astre résultant de la mesure à l'instant considéré. Dans ce qui suit, on utilisera la distance zénithale $\xi = 90° - H$. Les éléments inconnus sont l'angle au pôle P de l'astre d'où l'on déduira la longitude du point déterminatif et l'azimut Z de l'astre permettant de tracer la droite de hauteur de part et d'autre du point déterminatif.

Pour faire apparaître les fonctions T et coT, il convient d'utiliser les formules établies par Borda ; appliquées au triangle de position, ces formules donnent :

$$\left(\cot\frac{P}{2}\right)^2 = \frac{\cos\left(\frac{\varphi + D - \xi}{2}\right).\cos\left(\frac{\varphi + D + \xi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{D + \xi - \varphi}{2}\right).\sin\left(\frac{\varphi - D + \xi}{2}\right)} = \mathrm{coT}^2(P)$$

$$\left(\cot\frac{A_z}{2}\right)^2 = \frac{\sin\left(\frac{D + \xi - \varphi}{2}\right).\cos\left(\frac{\varphi + D - \xi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{D + \xi + \varphi}{2}\right).\sin\left(\frac{\varphi - D + \xi}{2}\right)} = \mathrm{coT}^2(A_z)$$

On pose ensuite :

$$\cot\frac{c_1}{2} = \mathrm{coT}(c_1) = \frac{\cos\left(\frac{\varphi + D - \xi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi - D + \xi}{2}\right)} \quad \text{et} \quad \cot\frac{c_2}{2} = \mathrm{coT}(c_2) = \frac{\cos\left(\frac{\varphi + D + \xi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{D + \xi - \varphi}{2}\right)}$$

On a donc :

$$\mathrm{coT}^2(P) = \mathrm{coT}(c_1).\mathrm{coT}(c_2) \quad \text{et} \quad \mathrm{coT}^2(A_z) = \frac{\mathrm{coT}(c_1)}{\mathrm{coT}(c_2)} \quad (1)$$

Après avoir remplacé $\mathrm{coT}(c_1)$ et $\mathrm{coT}(c_2)$ par leurs expressions, développement, transformation puis simplification, on arrive à :

$$T(c_1) = \frac{\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)}{\tan\left(45° + \frac{D - \xi}{2}\right)} \quad \text{et} \quad T(c_2) = \frac{\tan\left(45° + \frac{D + \xi}{2}\right)}{\tan\left(45° + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

Ce que l'on écrira finalement :

$$T(c_1) = \frac{T(\varphi)}{T(D - \xi)} \quad \text{et} \quad T(c_2) = \frac{T(D + \xi)}{T(\varphi)} \quad (2)$$

Nous venons donc d'établir qu'il est possible de calculer l'angle au pôle et l'azimut de l'astre à l'instant de l'observation en utilisant exclusivement les fonctions T et coT. Il convient maintenant de passer à la résolution du problème avec les fonctions λ et coλ en retenant que l'argument d'entrée dans les tables de latitude croissante est nécessairement positif et compris entre 0° et 90°.

Rappelons que :

- la déclinaison est toujours positive, de même que la distance zénithale ξ,
- la latitude est positive si elle est du nom de la déclinaison, négative dans le cas contraire.

Supposons tout d'abord que latitude et déclinaison soient de même nom, que $(D - \xi)$ soit positif et que $(D + \xi)$ soit inférieur à 90°. En passant aux logarithmes népériens puis aux fonctions λ et coλ, les équations (2) deviennent :

$$\lambda(c_1) = \lambda(\varphi) - \lambda(D - \xi) \quad \text{et} \quad \lambda(c_2) = \lambda(D + \xi) - \lambda(\varphi)$$

Si la table fournit, pour chaque valeur de l'argument, les valeurs correspondantes des fonctions λ et coλ, nous avons par simple correspondance les valeurs de $\mathrm{co}\lambda(c_1)$ et de $\mathrm{co}\lambda(c_2)$. De même, en passant aux logarithmes puis aux fonctions coλ, les équations (1) s'écrivent :

$$2.\mathrm{co}\lambda(\mathrm{P}) = \mathrm{co}\lambda(\mathrm{c}_1) + \mathrm{co}\lambda(\mathrm{c}_2) \quad \text{et} \quad 2.\mathrm{co}\lambda(\mathrm{A_z}) = \mathrm{co}\lambda(\mathrm{c}_1) - \mathrm{co}\lambda(\mathrm{c}_2)$$

On extraira P et A_z directement de ces deux équations, en retenant que l'azimut est compté à partir du pôle de l'astre.

Le cas que l'on vient de traiter est particulier ; il convient d'établir une règle générale de calcul basée sur les propriétés des fonctions T et coT et λ et coλ. Indiquons tout d'abord que :

- si la latitude est de nom contraire à D, on écrira : $\lambda(\varphi) = -\lambda|\varphi|$;
- si (D – ξ) est négatif, on écrira : $\lambda(D - \xi) = -\lambda|D - \xi|$;
- si (D + ξ) est supérieur à 90°, on recherchera la latitude croissante de son supplément 180° - (D + ξ).

On peut alors construire le tableau suivant :

φ et D	$\lambda(c_1)$		$\lambda(c'_2) = \lambda(c_2)$ ou $\lambda(180° - c_2)$	
	$D - \xi > 0$	$D - \xi < 0$	$D + \xi < 90°$	$D + \xi > 90°$
mêmes noms	$\lambda(\varphi) - \lambda(D - \xi)$	$\lambda(\varphi) + \lambda\|D - \xi\|$	$\lambda(D + \xi) - \lambda(\varphi)$	$\lambda[180° - (D + \xi)] - \lambda(\varphi)$
noms contr.	s.o.	$-\lambda\|\varphi\| + \lambda\|D - \xi\|$	$\lambda(D + \xi) + \lambda\|\varphi\|$	$\lambda[180° - (D + \xi)] + \lambda\|\varphi\|$

Selon les valeurs de (D – ξ) et de (D + ξ), on calcule respectivement les quantités $\lambda(c_1)$ et $\lambda(c'_2)$ conformément aux dispositions du tableau et on détermine, à l'aide de la table, les coλ correspondants puis on effectue la somme et la différence :

$$S = \mathrm{co}\lambda(c_1) + \mathrm{co}\lambda(c'_2) \qquad \Delta = \mathrm{co}\lambda(c_1) - \mathrm{co}\lambda(c'_2)$$

On pose ensuite :

$$S = 2.\mathrm{co}\lambda(u)\ ,\ \ \Delta = 2.\mathrm{co}\lambda(v)\ \text{ si } \Delta > 0 \text{ ou } |\Delta| = 2.\mathrm{co}\lambda(180° - v) \text{ si } \Delta < 0$$

En effet, une différence Δ négative implique un coλ(v) < 0 donc une cot(v/2) < 1 d'où un angle v supérieur à 90°. L'argumentation de la table étant limitée à 90°, on extrait le supplément (180° - v) en entrant avec la valeur absolue de Δ.

Si (D + ξ) est inférieur à 90°, on pourra écrire que $\lambda(c_2) = \lambda(c'_2)$, conformément à la définition de c_2 et on a : S = $\mathrm{co}\lambda(c_1) + \mathrm{co}\lambda(c_2) = 2.\mathrm{co}\lambda(P)$ et $\Delta = \mathrm{co}\lambda(c_1) - \mathrm{co}\lambda(c_2) = 2.\mathrm{co}\lambda(A_z)$.

On a donc, dans ce cas, u = P et v = A_z.

Si (D + ξ) est supérieur à 90°, nous avons un $T(c_2)$ négatif égal à $-T(c'_2) = -T(180° - c_2)$. L'analyse, à l'aide du tableau des relations entre arcs supplémentaires montre que :

$$\ln \mathrm{coT}(c'_2) = -\ln \mathrm{coT}(c_2)$$

On a donc :

$$S = \mathrm{co}\lambda(c_1) + \mathrm{co}\lambda(c_2) = 2\mathrm{co}\lambda(u) \qquad \Delta = \mathrm{co}\lambda(c_1) - \mathrm{co}\lambda(c_2) = 2\mathrm{co}\lambda(v)$$

Dans ce cas, nous avons alors : u = A_z et v = P.

En résumé :

$co\lambda(c_1) + co\lambda(c'_2)$	$S = 2.co\lambda(u)$
$co\lambda(c_1) - co\lambda(c'_2) > 0$	$\Delta = 2.co\lambda(v)$; $v < 90°$
$co\lambda(c_1) - co\lambda(c'_2) < 0$	$\lvert\Delta\rvert = 2.\,co\lambda(180° - v); v > 90°$
$D + \xi < 90°$	$P = u$ et $A_z = v$
$D + \xi > 90°$	$P = v$ et $A_z = u$
L'azimut A_z est toujours compté à parti du nom du pôle de l'astre	

Exemple :

L'exemple ci-après illustre le calcul de l'angle au pôle P et de l'azimut A_z de l'astre à partir des données qui sont : la latitude estimée, simplement notée φ ici, la déclinaison D de l'astre et sa hauteur vraie H_v. Il ne sera pas discuté ici du caractère E ou W de l'observation (connu au moment de l'observation) et du calcul de longitude qui nécessite la donnée supplémentaire de l'angle horaire de l'astre au premier méridien à l'instant de l'observation. Les extraits de table nécessaires n'ont pas été reproduits mais les exemples peuvent facilement être simulés à l'aide d'une calculatrice ou traités avec une table de Friocourt.

Données	$\varphi =$ 17° 19,0' N	D = 22° 52,0' N	$H_v =$ 10° 15,4'

$\xi =$	79° 44,6'			$\lambda(\varphi) =$	1055,2
$D + \xi =$	102° 36,6'	supp =	77° 23,4'	$\lambda(180 - (D + \xi)) =$	7572,8
$D - \xi =$	- 56° 52,6'			$\lambda\lvert D - \xi\rvert =$	4169,1
$co\lambda(c_1) =$	1528,9	← ←	← ←	← ← $\lambda(c_1) =$	5224,3
$co\lambda(c'_2) =$	1040,5	← ←	← ←	← ← $\lambda(c'_2) =$	6517,6
S =	2569,4	u =	69° 04,2'		
Δ =	488,4	v =	85° 56,0'		
		P = 85° 56,0' **A_z = N 69°**			

(D + ξ) est ici supérieur à 90° ; on a donc P = v et A_z = u.

Méthode du méridien estimé (Borda) :

Le tracé de la droite de hauteur n'est pratiquement applicable par la méthode du parallèle estimé que lorsque l'azimut de l'astre est compris entre 30° et 150° puis 210° et 330°. Dans les autres cas, il faut recourir à la méthode du méridien estimé. Les Tables de Poche permettent aussi de résoudre le problème dont les données sont ici :

- l'angle au pôle estimé de l'astre P, déduit de l'instant de l'observation et de la longitude estimée,
- la déclinaison D de l'astre,
- la hauteur vraie H, donc la distance zénithale de l'astre ξ = 90° - H.

Les inconnues à déterminer sont l'azimut A_z de l'astre et la latitude φ du point déterminatif.

Pour expliciter la méthode, nous nous placerons dans l'hypothèse où (D + ξ) est inférieur à 90°.

Calcul de l'azimut A_z :

L'analogie des sinus appliquée au triangle de position de l'astre donne :

$$\frac{\sin A_z}{\sin P} = \frac{\csc P}{\csc A_z} = \frac{\cos D}{\sin \xi}$$

On a donc :

$$\csc A_z = \csc P . \frac{\sin \xi}{\cos D}$$

Soit sous forme logarithmique et multiplié par le facteur 10800/π :

$$\frac{10800}{\pi}.\ln \csc A_z = \frac{10800}{\pi}.\ln \csc P - \frac{10800}{\pi}.\ln \frac{\cos D}{\sin \xi} = \mathrm{co}\lambda(Y) - \mathrm{co}\lambda(X)$$

A partir des valeurs connues de D et de ξ, on établit :

$$\mathrm{coT}(X) = \frac{\cos D}{\sin \xi} = \frac{\frac{T(D+\xi)}{T(D-\xi)} + 1}{\frac{T(D+\xi)}{T(D-\xi)} - 1}$$

Compte tenu de l'identité fondamentale, si l'on sait déterminer les latitudes croissantes de (D + ξ) et de (D – ξ), on obtiendra, après soustraction des deux quantités, la colatitude croissante relative au rapport cherché :

$$\lambda(X) = \lambda(D+\xi) - \lambda(D-\xi)$$

D'où, en examinant la table coλ(X), et par conséquent la quantité :

$$\mathrm{co}\lambda(X) = \frac{10800}{\pi}.\ln \frac{\cos D}{\sin \xi}$$

On établit ensuite :

$$\csc P = \frac{T^2(P) + 1}{T^2(P) - 1}$$

On a de même, en examinant la table en regard de 2.λ(P) :

$$\mathrm{co}\lambda(Y) = \frac{10800}{\pi}.\ln \csc P$$

On arrive donc à :

$$\frac{10800}{\pi}.\ln \csc A_z = \mathrm{co}\lambda(Y) - \mathrm{co}\lambda(X)$$

Comme :

$$T^2(Az) = \frac{\csc A_z + 1}{\csc A_z - 1}$$

La colatitude croissante correspondant à $(10800/\pi).\ln \csc A_z$ est égale à $2.\lambda(A_z)$ d'où l'on extraira l'azimut A_z (on notera également $\mathrm{co}\lambda(A_z)$ nécessaire à la suite du calcul).

Remarque : l'angle d'azimut qui est extrait ici est compris entre 0° et 90° ; l'azimut est donc ici compté à partir du N ou du S, vers l'E ou vers l'W. Il n'y a pas d'ambiguïté de détermination en pratique si on prend soin de relever l'astre, même sommairement. Dans la résolution de la suite du problème (calcul de la latitude), l'azimut est à compter de 0° à 180° à partir du pôle de l'astre.

<u>Calcul de la latitude φ</u> :

On avait établi précédemment, dans le cas où (D + ξ) < 90° :

$$2.\,\text{co}\lambda(\text{P}) = \text{co}\lambda(\text{c}_1) + \text{co}\lambda(\text{c}_2) \quad \text{et} \quad 2.\,\text{co}\lambda(\text{A}_\text{z}) = \text{co}\lambda(\text{c}_1) - \text{co}\lambda(\text{c}_2)$$

En faisant la somme des deux relations, on obtient :

$$\text{co}\lambda(\text{c}_1) = \text{co}\lambda(\text{P}) + \text{co}\lambda(\text{A}_\text{z})$$

P et A_z étant connus, $\text{co}\lambda(c_1)$ peut donc se déterminer facilement, de même que, par correspondance dans la table, $\lambda(c_1)$. On a ensuite :

$$\lambda(\text{c}_1) = \lambda(\varphi) - \lambda(\text{D} - \xi) \quad \text{soit} \quad \lambda(\varphi) = \lambda(\text{D} - \xi) + \lambda(\text{c}_1)$$

d'où l'on déduira la latitude φ.

<u>Exemple</u> :

Les extraits des « Tables de Poche » nécessaires n'ont pas été reproduits mais cet exemple peut facilement être simulé à l'aide d'une calculette ou traité avec la table VI de Friocourt (latitudes croissantes).

Données	P = 15° 30,0' E	D = 15° 24,0' N	H_v = 57° 30,0'	φ_e = 45° 00' N

λ(D +ξ) =	3282,6	λ(P) =	941,6		
+λ|D − ξ| =	1041,6	2λ(P) =	1883,1	coλ(Y) =	4536,5
λ(X) =	4324,2	→ →	→ →	-coλ(X) =	-2009,8
		2λ(A_z) =	3591,4	← ←	2526,7
		λ(A_z) =	1795,7	coλ(A_z) =	-4692,3
		A_z =	**151,3°**	+coλ(P) =	6856,3
λ(c_1) =	4085,1	← ←	← ←	coλ(c_1) =	2164,0
−λ|D − ξ| =	-1041,6				
λ(φ) =	3043,5	**φ =**	**45° 09,7' N**		

Avec $\lambda(A_z)$ = 1795,7, la table donne A_z = S28,653° E, soit, à partir du N, A_z = N151,347°E, valeur qu'il convient de retenir pour poursuivre le calcul. Cette valeur, supérieure à 90°, implique un $\text{co}\lambda(A_z)$ négatif.