

ÉMILE GUYOU

CAPITAINE DE FRÉGATE

MEMBRE DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES ET DU BUREAU DES LONGITUDES

NOUVELLES

TABLES DE NAVIGATION

TOME I

RÉDUCTION À L'ÉQUATEUR



BERGER-LEVRAULT, ÉDITEURS

PARIS

RUE DES BEAUX-ARTS, 5-7

NANCY

RUE DES GLACIS, 18

1911

AVERTISSEMENT

Les tables qui suivent sont exclusivement destinées au calcul des droites de hauteur et du point à la mer, ainsi qu'au réglage des chronomètres pour les besoins de la navigation.

La méthode qui y est appliquée est nouvelle ; elle est basée sur les propriétés que j'ai fait connaître dans les divers ouvrages où j'ai exposé les résultats de mes recherches sur les *Courbes de hauteur* et la *Carte marine* (*). Déjà, dans plusieurs de ces ouvrages, j'avais attiré l'attention sur les simplifications que l'utilisation de ces propriétés pourrait introduire dans les calculs de navigation. La méthode appliquée dans ces tables est, en quelque sorte, le résultat de la mise au point définitive de mes travaux antérieurs sur ces questions.

Les tables de même nature qui ont été publiées jusqu'à ce jour ont entre elles une étroite parenté. La solution à laquelle elles conduisent est la même, c'est la droite de hauteur Marcq de Saint-Hilaire ; de plus, le problème y est traité par un même procédé : la décomposition classique du triangle de position en deux triangles rectangles. Il résulte de là que, dans toutes ces tables, non seulement les résultats définitifs, mais encore les éléments auxiliaires qui interviennent au cours des opérations sont les mêmes, ou à peu près. Ce sont donc plutôt des formes différentes d'une même solution, que des solutions différentes du problème.

Avec les présentes tables, au contraire, tout est nouveau. La droite de hauteur à laquelle elles conduisent n'est plus la droite Marcq de Saint-Hilaire, et la méthode par laquelle la solution est obtenue n'a rien de commun avec la méthode trigonométrique classique mentionnée plus haut. Les principes sur lesquels elles sont fondées sont les suivants :

1^o Les problèmes de hauteur, que l'on a toujours considérés jusqu'ici comme indépendants les uns des autres, peuvent en réalité être classés par groupes tels que les différents cas d'un même groupe, bien que définis sur la sphère par des

(*) Cours autographié de l'École navale 1882-1883, Tables de poche, Paris, 1884, *Les Problèmes de la navigation et la Carte marine*, 1896 (*Annales hydrographiques de la Marine*, et réimpression à part, Berger-Levrault et C^{ie}), *Les Courbes de hauteur* (*Annales hydrographiques*, 1901) et divers mémoires publiés dans les *Annales hydrographiques*, de 1885 à 1901.

figures différentes les unes des autres, correspondent néanmoins *sur la carte* à des figures identiques et admettent, par suite, les mêmes solutions. Il résulte de là que l'on peut substituer aux données d'un problème à résoudre celles de l'un quelconque des problèmes du même groupe.

2° Parmi les cas de chaque groupe se trouve un cas très simple, pour lequel le parallèle local coïncide avec l'équateur et dont la résolution est ramenée à celle d'un triangle rectangle. La droite de hauteur à laquelle conduit cette résolution offre pour tous les problèmes du groupe les mêmes avantages que la droite de Marcq de Saint-Hilaire; elle est en outre affranchie des inconvénients dont celle-ci est parfois affectée.

On conclut de là que, pour résoudre un problème de hauteur quelconque, on peut procéder de la manière suivante :

1° Substituer aux données du problème à résoudre celles du cas simple du groupe auquel il appartient;

2° Résoudre ce cas simple.

Cette méthode offre, comme on vient de le dire, l'avantage de conduire à une solution affranchie des inconvénients inhérents à la solution Marcq de Saint-Hilaire; mais c'est moins en cela que consiste sa supériorité pratique que dans la facilité avec laquelle elle se prête à une réduction en tables d'un maniement simple.

La première partie du problème, que j'ai appelée la *Réduction à l'équateur*, s'effectue par une entrée dans une première table (Table I); la deuxième partie, c'est-à-dire la résolution du cas simple, s'effectue de même par une entrée dans une seconde table (Table II). Il convient en outre d'ajouter que la Table I est paginée par latitudes et que, par suite, le navigateur peut la réduire à la partie qui correspond à la zone dans laquelle il navigue. Enfin, d'une manière générale, la latitude variant lentement d'un jour à l'autre, la recherche de la page d'entrée n'exige aucun feuilletage.

A ces avantages, la nouvelle méthode joint celui de donner à vue dans une table de quelques lignes, en fonction de la hauteur calculée, l'élément nécessaire pour tracer la courbe de hauteur elle-même, lorsque la droite de hauteur est insuffisante.

Les calculs à effectuer se réduisent à deux additions et deux soustractions de deux nombres de cinq chiffres. Il ne me semble guère possible d'arriver à une solution plus simple ni plus complète des problèmes de hauteur.

Je n'essaierai pas davantage de faire ressortir les mérites de la méthode que je présente aujourd'hui aux marins. Je ne pourrais pas le faire sans me livrer à une étude comparative dans laquelle je serais à la fois juge et partie. D'ailleurs, rien de ce que je pourrais dire à cet égard ne saurait être aussi convaincant que quelques exercices effectués en se conformant aux indications pratiques qui précèdent les tables.

ments d'entrée et des résultats donnés par ces tables, il n'a pas plus besoin d'être renseigné sur leur construction que sur celle des tables trigonométriques dont il se sert tous les jours.

La publication d'un ouvrage contenant près de 700 pages très denses de chiffres est une tâche lourde et délicate dont ma santé gravement atteinte ne m'aurait pas permis de m'acquitter seul. Si j'ai pu en venir à bout et assurer à ces tables la correction indispensable à un ouvrage de cette nature, je le dois à l'empressement affectueux avec lequel mon excellent et savant ami M. Hilleret, et mes amis et camarades de la marine, MM. le capitaine de frégate Jeanniot, et les lieutenants de vaisseau Perret, Marguet, Lafrogne, Guyot, Cretin, tous anciens professeurs ou professeurs au *Borda*, m'ont prêté leur concours.

Indépendamment du travail considérable qu'ils ont bien voulu s'imposer pour m'aider à assurer la correction des tables, leurs conseils m'ont permis d'y introduire de précieuses améliorations.

En témoignage de ma vive gratitude, et afin qu'en cas de succès leur nom reste attaché à cet Ouvrage à la publication duquel ils ont pris une si grande part, je prie mes collaborateurs d'en vouloir bien accepter la dédicace.

E. GUYOU.

Le présent recueil contient, en outre des Tables I et II dont il vient d'être question, les tables auxiliaires nécessaires au calcul du point (corrections des hauteurs, transformations d'unités, table de point, table de courbure). Ces tables ont été disposées en deux volumes dans l'ordre même où elles sont utilisées dans les calculs. Les tables de corrections des hauteurs et de conversions d'unités précèdent la Table I; la table de point et celle de courbure sont placées après la Table II. Grâce à cette disposition, les personnes qui préféreront réunir les deux volumes en un seul pourront le faire sans compliquer la recherche des tables auxiliaires.

Des exemples de calcul comprenant tous les cas qui peuvent se présenter sont placés en tête de la Table I. Une légende, commune à ces exemples, donne toutes les indications nécessaires au calculateur et fait nettement ressortir l'unité de la règle à suivre, malgré la diversité des cas possibles. Ces indications sont si simples qu'elles deviendront inutiles après deux ou trois exercices.

Une Instruction placée en tête des types de calcul contient les explications nécessaires pour la compréhension géométrique de la méthode, ainsi qu'une description détaillée des Tables I et II. Les personnes qui désireraient avoir des renseignements plus complets les trouveront dans des notes insérées dans la *Revue maritime* (février 1909) et dans la *Rivista marittima* (août-septembre, même année).

L'unité de précision adoptée dans ces tables est le dixième de minute. Pour les calculs à la mer cette précision est plutôt excessive; pour le réglage des chronomètres elle est suffisante. Pour ce dernier problème, il est vrai, on pousse habituellement les approximations plus loin, mais la précision ainsi réalisée est illusoire, celle des hauteurs mesurées au sextant ne dépassant pas en général la minute⁽¹⁾.

Quelques personnes, très favorables par ailleurs à la nouvelle méthode, m'ont témoigné la crainte que la difficulté d'introduire dans l'enseignement élémentaire la démonstration des propriétés des courbes de hauteur fût un obstacle à son adoption par les Écoles de navigation. Cette crainte serait fondée si la démonstration exigeait, comme autrefois, l'emploi des fonctions logarithmiques et exponentielles, mais j'ai montré qu'elles pouvaient être établies en s'appuyant exclusivement sur les principes élémentaires de la trigonométrie sphérique⁽²⁾.

La démonstration des propriétés nécessaires à la pleine compréhension géométrique de toute la méthode demandera à peine une leçon. Resterait, il est vrai, à établir et discuter les formules de calcul des Tables I et II, ce qui demanderait encore près d'une autre leçon; mais il n'est pas indispensable de connaître ces formules. Si le calculateur connaît bien l'interprétation géométrique des argu-

(1) On peut, par la méthode des hauteurs correspondantes et plus généralement par celle des hauteurs égales, obtenir avec cet instrument des résultats excellents, mais alors les observations se traitent par des méthodes spéciales.

(2) *Les Problèmes de navigation et la Carte marine.*

INTRODUCTION

CHAPITRE I

GÉNÉRALITÉS — EXPLICATION GÉOMÉTRIQUE DE LA MÉTHODE — NOTATIONS

1. *Généralités.* — On sait que, sur la *sphère terrestre*⁽¹⁾, le lieu géométrique des points, d'où un même astre est aperçu au même instant à la même hauteur est un cercle appelé *cercle de hauteur*. Le rayon sphérique de ce cercle est égal au complément de la hauteur, et son *centre sphérique* (pôle géométrique) coïncide avec le lieu au zénith duquel l'astre se trouvait au moment de l'observation.

On donne le nom de *coordonnées géographiques* de l'astre aux coordonnées du centre du cercle. La longitude de ce point, à laquelle on donne le nom de *longitude géographique de l'astre*, est égale à son angle horaire rapporté au premier méridien; sa latitude est égale à la *déclinaison*.

Les longitudes des lieux terrestres se comptent toujours de 0° à 180°, positivement vers l'Ouest, négativement vers l'Est. Par exception, les longitudes géographiques des astres se comptent toujours de 0° à 360° par l'Ouest, et, par suite, toujours positivement.

Un *problème de hauteur* est défini sur la sphère par un cercle de hauteur et un *point estimé* situé près de ce cercle. Les problèmes de hauteur ont pour objet le tracé, sur la *carte*, de la partie du cercle qui avoisine le point estimé. Pour les résoudre, on détermine les coordonnées d'un point de cette partie du cercle (*point déterminatif*) et l'azimut correspondant; on porte ensuite ce point sur la carte et l'on y mène une droite perpendiculaire à la direction de l'azimut. Cette droite est tangente à la courbe (*courbe de hauteur*) qui représente le cercle; c'est la *droite de hauteur*; le plus souvent on peut admettre qu'elle se confond avec la courbe de hauteur dans toute la partie utile; mais il est quelquefois indispensable de tenir compte de la courbure.

Pour l'usage des tables qui suivent, on est conduit à substituer au point estimé un *point auxiliaire*⁽²⁾, dont la latitude et l'angle horaire sont arrondis à des multiples de 20'. Les coordonnées de ce point seront nommées *longitude et latitude auxiliaires*.

(1) C'est-à-dire sur une sphère exacte où les lieux terrestres sont supposés placés d'après leur latitude et leur longitude.

(2) Cette désignation est empruntée aux tables de M. Souillaouët, professeur d'hydrographie.

2. *Droite de hauteur Marcq de Saint-Hilaire.* — Soient (fig. 1) CC_1 , un cercle de hauteur sur la sphère, A son centre, Z le point estimé. Menons le rayon sphérique ZA, c'est-à-dire le grand cercle passant par Z et A.

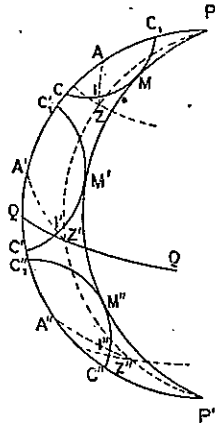


Fig. 1

Dans la méthode Marcq de Saint-Hilaire, le point déterminatif est le point I où ce rayon coupe le cercle de hauteur.

Soient (fig. 2), sur la carte de Mercator, cc_1 la courbe qui représente le cercle CC_1 , z la projection du point estimé Z, et enfin $z'ia$ la courbe qui représente le grand cercle ZIA. Le point déterminatif de la carte, par lequel on mène la tangente, est le point i .

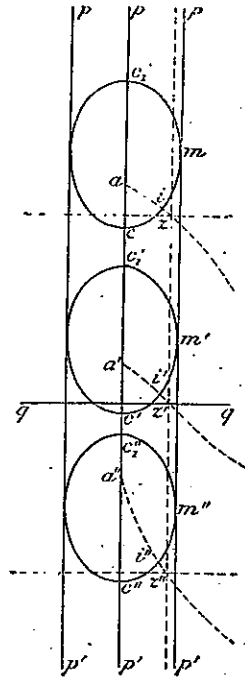


Fig. 2
(Carte)

Pour obtenir les éléments de ce tracé, on calcule, dans le triangle PZA, la hauteur estimée $(90^\circ - ZA) = H_e$ (fig. 1) et l'azimut estimé $PZA = Z_e$. Puis, admettant que, sur la carte (fig. 2), le petit arc zi peut être considéré comme rectiligne, on mène, par le point z , une droite zi dans la direction de l'azimut; on porte sur cette droite, dans le sens convenable, une longueur zi , égale à l'excès $H - H_e$ de la hauteur vraie (déduite de l'observation) sur la hauteur estimée. La perpendiculaire à l'azimut menée par ce point est la droite de hauteur de Marcq de Saint-Hilaire.

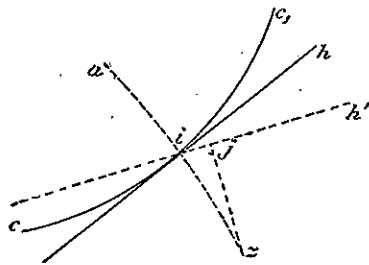


Fig. 3
(Carte)

Cette construction n'est évidemment pas rigoureusement correcte. Il faudrait, pour obtenir la tangente en i à la courbe, tracer l'arc zi lui-même (fig. 3), porter sur cet arc la longueur $H - H_e$, et mener en i la normale à l'arc zi . Tandis que, en réalité, on mène en z la tangente

zj à l'arc zi , et la droite de hauteur adoptée est la perpendiculaire jh' à cette tangente. On démontre, il est vrai, que cette droite passe elle-même très sensiblement par le point i , mais sa direction est erronée d'un angle $h'ih$ égal à celui que forment les tangentes en z et en i à l'arc zi . L'erreur ainsi commise croît avec la latitude. Elle disparaît pratiquement à l'équateur, c'est-à-dire dans le cas du cercle $C'C_1$ et du point Z' de la figure 1; alors en effet l'arc de grand cercle $Z'I'A'$ est représenté sur la carte (fig. 2) par une courbe $z'i'a'$ qui présente une inflexion⁽¹⁾ en z' et qui, par suite, se confond avec sa tangente en ce point sur une très grande longueur.

(1) On sait que les courbes qui représentent les grands cercles de la sphère présentent toujours leurs concavités à l'équateur et sont infléchies au point où elles le coupent; la distance d'un point de la courbe à sa tangente au point d'inflexion (en z' , fig. 2) reste plus petite que $1'$ jusqu'à plus de 500' de ce point (*Les Problèmes de navigation*, etc. Note finale. La démonstration de la formule a été donnée plus tard dans une étude sur les courbes de hauteur, insérée aux *Annales hydrographiques*, 1901).

3. *Explication de la nouvelle méthode.* — On sait que, si l'on déplace parallèlement à elle-même, sur la carte de Mercator, une courbe de hauteur quelconque, cc_1 (fig. 2) par exemple, dans toutes les positions $c'c_1$ ou $c''c_1$ que pourra occuper cette courbe, elle continuera à représenter des cercles de la sphère.

Or, faisons glisser la figure (cc_1, z) formée par la courbe cc_1 et le point z , et amenons-la successivement dans les deux positions $(c'c_1, z')$ et $(c''c_1, z'')$; soient sur la sphère [fig. 1] (CC_1, Z) , $(C'C_1, Z')$ et $(C''C_1, Z'')$ les figures correspondantes aux trois figures de la carte.

Appliquons la méthode de Marcq de Saint-Hilaire à ces trois cas de figure. Les courbes qui représentent les grands cercles étant toujours concaves vers l'équateur, la courbe zia , dans le premier cas, sera concave vers le bas; la courbe $z'i'a'$, dans le troisième, le sera vers le haut; dans le second cas, la partie de $z'i'a'$, voisine de z' , sera sensiblement rectiligne. Les trois courbes de hauteur étant superposables, nous pouvons réunir ces trois arcs sur une même figure 4 (*); et l'on voit ainsi que, bien que sur la carte le problème soit le même pour les trois cas, la méthode Marcq de Saint-Hilaire en donnera trois solutions différentes. Nous savons enfin que, dans les deux cas extrêmes, la construction usuelle donnera des droites $z'ia'$ passant par les points i et i'' , mais dont la direction sera au vide de l'angle formé par les tangentes en i et i'' avec la droite donnée en z (cette déviation est fortement exagérée sur la figure 4).

La nouvelle méthode, au contraire, donne la même solution pour les trois cas de figure considérés (CC_1, Z) , $(C'C_1, Z')$ et $(C''C_1, Z'')$ et, d'une manière générale, pour tous les cas de figure de la sphère qui sont représentés sur la carte par des figures superposables (cc_1, z) . Cette solution commune est la tangente en i' (fig. 4) que donne la méthode Marcq de Saint-Hilaire pour le cas (CC_1, Z) où le parallèle estimé se confond avec l'équateur. Il résulte de là que, dans tous les cas possibles, la droite de hauteur donnée par la nouvelle méthode présente tous les avantages de la droite Marcq de Saint-Hilaire et est affranchie des imperfections dont celle-ci reste en général affectée.

La résolution d'un problème de hauteur s'effectue alors en deux parties; dans la première on substitue aux données du cas de figure réel (CC_1, Z) , celles du cas équivalent $(C'C_1, Z')$ dont le parallèle local coïncide avec l'équateur. Cette première opération, que nous appellerons la *Réduction des données à l'équateur*, s'effectue par une seule entrée dans la Table I. La deuxième partie du problème consiste dans la détermination des éléments $90^\circ - Z'A'$ et $QZ'A'$ du triangle $QZ'A'$ (fig. 1), d'où l'on déduit enfin les éléments de la droite de hauteur. Cette deuxième opération s'effectue elle-même par une seule entrée dans la Table II.

La résolution d'un problème de hauteur s'effectue alors en deux parties; dans la première on substitue aux données du cas de figure réel (CC_1, Z) , celles du cas équivalent $(C'C_1, Z')$ dont le parallèle local coïncide avec l'équateur. Cette première opération, que nous appellerons la *Réduction des données à l'équateur*, s'effectue par une seule entrée dans la Table I. La deuxième partie du problème consiste dans la détermination des éléments $90^\circ - Z'A'$ et $QZ'A'$ du triangle $QZ'A'$ (fig. 1), d'où l'on déduit enfin les éléments de la droite de hauteur. Cette deuxième opération s'effectue elle-même par une seule entrée dans la Table II.

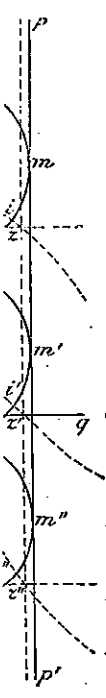
4. *Notations.* — Dans tout ce qui suit, nous adopterons les notations suivantes :

D. Déclinaison de l'astre observé (QA, fig. 1).

G. Longitude géographique de l'astre, comptée positivement de 0° à 360° vers l'Ouest.

(*) On démontre aisément que les courbes zia , $z'i'a'$, $z''i''a''$ se recoupent en un second point y (R. M. février 1909).

erle de
ue ZA,



2
e)

rigoureu-
igente en
orter sur
ormale à
tangente
le point i,
n z et en i
t à l'équa-
et l'arc de
i présente
t sur une

concavités à
nte au point
ion, etc. Note
, insérée aux

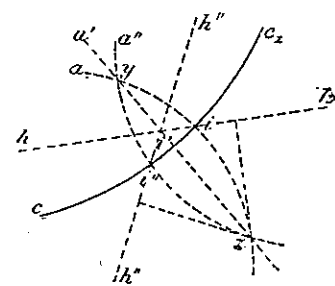


Fig. 4
(Carte)

L_e	Latitude estimée toujours positive.
L'	Latitude auxiliaire, arrondie à un multiple de 20'.
G_e	Longitude estimée comptée de 0° à 180°, positivement vers l'Ouest, négativement vers l'Est.
$P_e = G_e - G_e$	Angle horaire local de l'astre (différence algébrique) avec son signe; on retranche 360° du résultat s'il y a lieu.
P'	Angle horaire local arrondi à un multiple de 20'.
$\Delta P_e = P' - P_e$	Correction à ajouter <i>algébriquement</i> à P_e pour obtenir P' .
$\Delta G_e = -\Delta P_e$	— — — — — G_e — G' .
$G' = G_e + \Delta G_e$	Somme <i>algébrique</i> , longitude auxiliaire.
H	Hauteur vraie de l'astre ($90^\circ - CA$, fig. 1).
H'	Hauteur réduite ($90^\circ - C'A'$, fig. 1).
D'	Déclinaison réduite (QA' , fig. 1).
H'_e	Hauteur estimée ($90^\circ - Z'A'$, fig. 1).
Z'_e	Azimut estimé ($90^\circ - QZ'A'$, fig. 1).

5. *Classification des cercles. Interprétation géométrique des arguments $H + D$, $H - D$, $D - H$.* — Pour se rendre compte géométriquement de la nature des éléments qui interviennent dans les calculs, il faut avoir présentes à l'esprit les propriétés suivantes pour la démonstration desquelles nous renverrons à l'ouvrage déjà cité (1).

1° Les cercles occupent sur la sphère des positions très différentes suivant que la hauteur H est plus grande ou plus petite que la déclinaison D . Dans les cas où l'on a $H > D$, les deux pôles sont en dehors de leur contour (fig. 1) et (fig. *a, b, c*, page xvii), on les appelle alors cercles de *première espèce*. Quand on a au contraire $H < D$, leur contour sépare les deux pôles (fig. 5) et (fig. *d, e, f*), on les appelle alors cercles de *deuxième espèce*.

2° Les arguments d'entrée dans la Table I sont $H + D$ et $H - D$ ou $D - H$. Ces quantités représentent les rayons sphériques des deux calottes polaires qui comprennent la zone dans laquelle le cercle est inscrit. Pour les deux espèces de cercles (p. xvii), la somme $H + D$ est le rayon $P'C$ de la plus grande calotte, c'est-à-dire de celle dont le pôle P' est le plus éloigné de l'astre A_1 ou A_2 , et la différence $H - D$ ou $D - H$, le rayon PC_1 ou PC_2 de la plus petite calotte, c'est-à-dire de celle dont le pôle P est le plus voisin.

6. *Construction du cercle réduit sur la sphère.* — Il peut être intéressant, pour l'observateur, de se rendre compte, par un tracé à mains levées, de la transformation que la Réduction à l'équateur fait subir à la figure sphérique du problème primitif, soit pour prévoir, soit pour s'expliquer les résultats des Tables I et II. Or, la figure sphérique réduite a été définie plus haut par cette propriété, qu'elle est représentée par la figure primitive de la carte, transportée de manière que son parallèle local vienne en coïncidence avec l'équateur. Cette définition ne se prête pas au tracé dont il s'agit, mais l'observateur pourra employer la construction suivante, qui en est une conséquence presque immédiate, et qui n'utilise que des éléments dont il connaît toujours des valeurs suffisamment approchées. La construction est la même pour les deux espèces de cercles, nous envisagerons néanmoins les deux cas séparément à cause de la différence d'aspect des figures.

(1) *Les Problèmes de navigation et la Carte marine.*

Cercles de première espèce (fig. a, b, c, page xvii). Menons le méridien PZP' du point Z où le parallèle local coupe le cercle de hauteur CC₁; le point Z' où ce méridien coupe l'équateur appartient au cercle réduit. Menons ensuite par Z' le grand cercle Z'A', qui coupe le méridien PZP' sous le même angle que ZA₁; le point A', où ce grand cercle coupe le méridien PA₁P est le centre du cercle réduit. Les figures montrent que ce centre A', est dans le même hémisphère que A₁ ou dans l'hémisphère opposé, suivant que l'azimut PZ₁A₁, rapporté au pôle voisin de l'astre, est plus grand ou plus petit que 90°.

Cercles de deuxième espèce (fig. d, e, f, page xvii). De même que pour les cercles de première espèce, le cercle réduit passe par l'intersection Z'₂ du méridien PZ₂P' avec l'équateur et son centre A'₂ se trouve à la rencontre du méridien PA₂ du centre primitif et du grand cercle Z'₂A'₂, qui coupe le méridien PZ₂P' sous le même azimut que Z₂A₂.

Or, les figures montrent que, si l'angle horaire du point Z₂ est plus petit que 90° ou plus grand que 270° (fig. d, f), la distance zénithale réduite Z'₂A'₂ est plus petite que 90°. Lorsque, au contraire, l'angle horaire du point Z'₂ est compris entre 90° et 270° (fig. e), la distance zénithale réduite, rapportée toujours au point A'₂ (situé sur le même méridien que A₂), est plus grande que 90°.

Ces remarques expliquent les règles de signes inscrites en haut et en bas des pages de la Table III.

7. Interprétation géométrique des résultats de la Table I. — Les résultats extraits de la Table I avec H + D, H — D et D — H sont respectivement 1/2 (H' + D'), 1/2 (H' — D') et 1/2 (D' — H'). Les quantités H' + D', H' — D' et D' — H' représentent les rayons sphériques des calottes polaires entre lesquelles est inscrit le cercle réduit, avec cette réserve toutefois que H' + D' est toujours rapportée au même pôle P' (page xvii) que H + D, et H' — D' ou D' — H' au même pôle P que H — D ou D — H. Ces deux pôles peuvent être plus respectivement le plus éloigné et le plus voisin de l'astre réduit, de sorte qu'il peut arriver que la demi-différence donnée par la Table soit plus grande que la demi-somme.

Cercles de première espèce (H > D) (fig. a, b, c). En portant, sur le méridien PA, à partir de P, la valeur de H' + D', et, à partir de P, celle de H' — D', on obtient les deux points C' et C₂ à égale distance desquels est le centre A'. Si H' + D' est plus grand que H' — D' (fig. a, c), le point A' est dans le même hémisphère que A₁; si, au contraire, la différence H' — D' est plus grande que la somme (fig. b), le point A' est dans l'autre hémisphère. Il résulte de là que lorsque la différence algébrique

$$1/2(H' + D') - 1/2(H' - D') = D'$$

est négative, la déclinaison réduite doit recevoir un nom contraire à celui de D'.

Cercles de deuxième espèce (H < D) (fig. d, e, f). Les points extrêmes C' et C₂ du cercle réduit s'obtiennent en portant à partir de P' sur le méridien P'A₂ la valeur de D' + H', et, à partir de P, sur le méridien opposé à PA₂, la valeur de D' — H'.

Si les valeurs de D' + H' et D' — H', données par la Table I, sont égales, les points C' et C₂ (fig. 5) sont sur un même diamètre et le cercle réduit

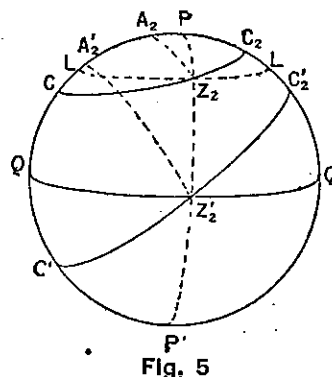


Fig. 5