

DIAGRAMMES et ABAQUES

Parmi les outils de calcul mis au point pour déterminer les éléments d'une droite de hauteur figurent les abaques et diagrammes. D'une manière générale leur conception résulte d'une projection de la sphère sur un plan (projection stéréographique et carte plate notamment) ou d'une « *représentation graphique cotée des lois mathématiques définies par des équations*¹ » permettant la résolution de ces équations ou encore d'une combinaison des deux procédés.

Certains diagrammes ont été analysés dans les fiches relatives à l'étude des tables auxquels ils sont associés :

- diagramme d'azimut de A. Rust (1908), associé au « Line of Position Book » de P. V. H. Weems ;
- quadrant planisphérique de Ch. Bertin (1913), associé à ses « Tablettes » ;
- graphique d'azimut de Ch. Cornet (1926), associé à ses « Tables Nautiques » ;
- abaque d'azimut de P. Hugon (1947), associé à ses « Nouvelles Tables ».

La présente fiche est consacrée à l'analyse de quelques autres outils de calcul graphique conçus pour déterminer tout ou partie des éléments de tracé d'une droite de hauteur. Seront analysés successivement dans cette fiche :

- le diagramme d'azimut de Weir ;
- le diagramme d'Ocagne ;
- l'abaque de Favé et Rollet de l'Isle ;
- les tables graphiques de Constan.

L'étude est ainsi limitée aux réalisations les plus connues, notamment en France. Il existe cependant de nombreux autres diagrammes, comme ceux donnant directement latitude et longitude suite à l'observation de plusieurs astres comme le « Beij Two-star Diagram » ou les « Star Altitude Curves » de P. V. H. Weems. Ce dernier fera l'objet d'une fiche spécifique².

Un inventaire, exhaustif et détaillé, des différents procédés de calcul graphique et mécanique, appliqué aux problèmes de navigation figure dans le Bowditch (1977) à partir de la page 600.

¹ D'après M. d'Ocagne, en introduction de son traité de nomographie (1899).

² Voir également le diagramme de hauteur de P. Hugon, qui constitue un exemple de construction mathématique de diagramme ; ce diagramme, théorique, en est resté au stade expérimental. Voir revue de l'IFN de janvier 1954.

DIAGRAMME D'AZIMUT DE WEIR

Introduction :

Patrick Weir, Capitaine au Long-Cours, accordait, à juste raison, une importance fondamentale à la connaissance précise de la variation du compas et à son contrôle régulier. La seule méthode applicable au large étant la comparaison, à un instant donné, entre le relèvement compas d'un astre et son relèvement vrai, il s'est attaché à concevoir un diagramme permettant de trouver rapidement et précisément l'azimut cherché. Le fruit de ses recherches, le « Weir Azimuth Diagram », fut publié pour la première fois à Londres en 1890 puis aux Etats-Unis, par le US Hydrographic Office, en 1891, sous le titre de « Time Azimuth Diagram ». Le document connut un certain succès, notamment auprès des officiers de la Royal Navy, dont le manuel de référence en matière de navigation³ en expliquait le principe et en donnait le mode d'emploi.

Le diagramme de Weir est toujours publié, en 2013, par le UK Hydrographic Office dans une version actualisée en 1940 sous le titre de « Modified Weir Azimuth Diagram » ; le document porte le numéro 5000 de la nomenclature, l'édition consultée étant datée de 1950.

Nous ne connaissons pas le détail des modifications qui ont été apportées ; cependant, l'analyse du texte d'une conférence prononcée par P. Weir en 1893⁴, relative à la construction et à l'usage du diagramme dont il est l'auteur, porte à croire que les modifications ont été mineures. Nous avons utilisé ce texte comme document de base pour expliciter le principe de construction du diagramme.

Le document disponible figure sur une feuille unique de papier fort (carte marine) de dimensions 64 cm sur 55 cm⁵.

Principe de construction du diagramme :

Le point de départ de la recherche de P. Weir est la projection orthogonale de la sphère locale dans le plan de l'horizon. Dans cette projection, pour une latitude donnée, l'équateur et les parallèles diurnes des astres sont représentés par des ellipses non concentriques et non superposables ; les cercles horaires sont de même représentés par une famille d'ellipses. Ce canevas, sur lequel on peut placer l'image de l'astre et en mesurer l'azimut, est particulier à la latitude pour lequel il est établi. Un travail équivalent sera à reproduire pour un certain nombre de valeurs discrètes de la latitude afin de disposer d'un document utilisable dans toutes les zones de navigation usuelles. L'ensemble est donc long à mettre au point, encombrant et peu commode puisqu'il faudra en général interpoler entre deux latitudes. P. Weir cherchait essentiellement à résoudre le problème de l'azimut : il s'est donc affranchi des considérations relatives à la hauteur⁶ de l'astre ce qui lui a permis d'utiliser des transformations géométriques simples conduisant à l'obtention d'un diagramme utilisable sous toutes les latitudes et

³ «Admiralty Navigation Manual». Source : Ch. Cotter in «A History of Nautical Astronomy», page 324.

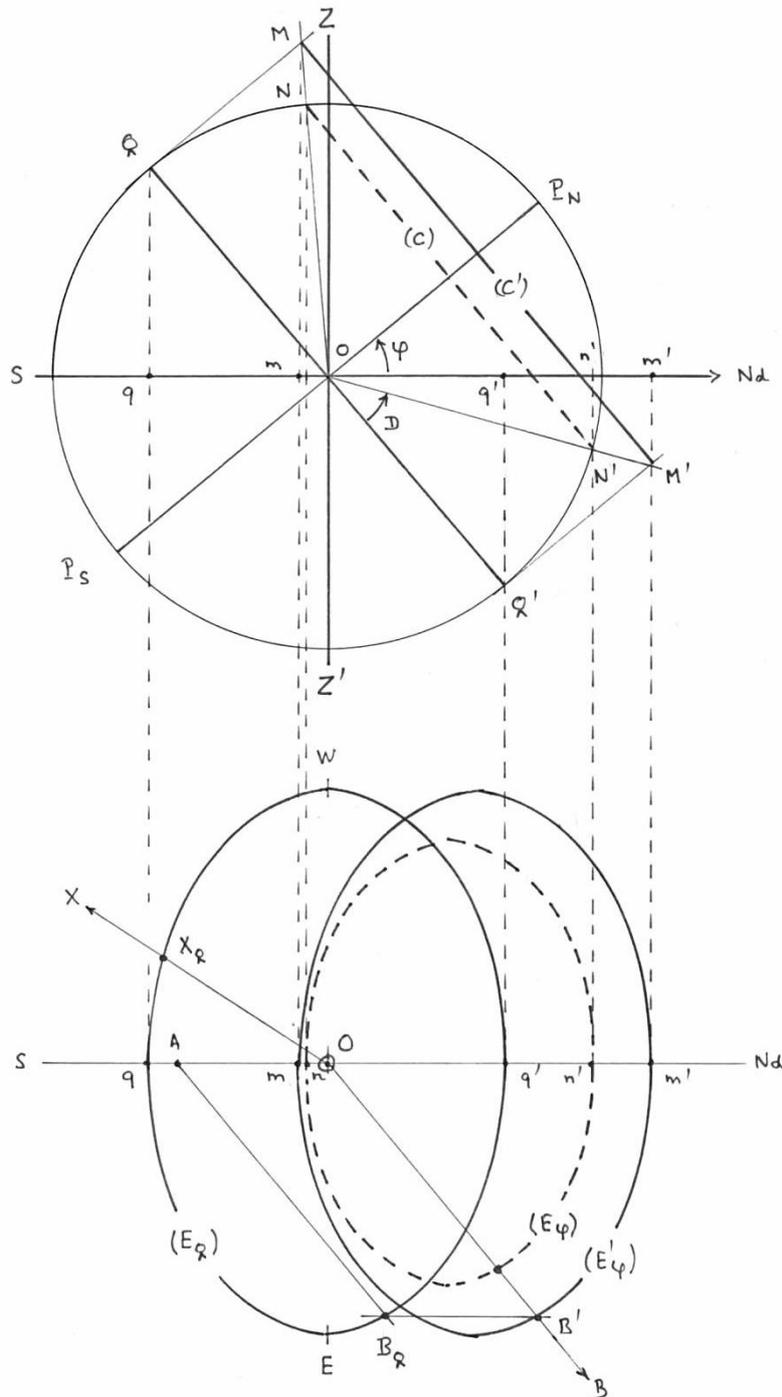
⁴ « Paper read at the Adelaide meeting of the Australasian Association for the Advancement of Science, September 1893, explaining the construction of Weir's Azimuth Diagram ». National Library of Australia.

⁵ Ces dimensions sont un peu inférieures à celles citées par Lecky : 30 sur 21 pouces (76 sur 53 cm environ).

⁶ On peut cependant évaluer, indirectement, la hauteur de l'astre à l'aide du diagramme ; une procédure en est indiquée à la fin du texte de la conférence.

pour toutes les déclinaisons⁷ figurant sur une feuille unique. La représentation finalement obtenue est alors un abaque de calcul et non plus une projection directe des éléments de la sphère locale.

Considérons un lieu de latitude φ quelconque et la sphère locale correspondante représentée ci-dessous en coupe selon le plan du méridien. On note sur la figure QQ' la trace de l'équateur et (C) la trace du parallèle diurne (en tireté) d'un astre de déclinaison D .



La projection, dans le plan de l'horizon, du grand cercle équateur est une ellipse (E_Q), concentrique à la sphère locale (centre O), dont le demi-grand axe est égal au rayon (unité) ; le demi-petit axe a pour

⁷ Jusqu'à 65° avec une extension possible jusqu'à 78° .

longueur $\sin\varphi$. Grand axe et petit axe (qq') sont respectivement portés par les axes EW et NdS de la sphère locale. Si on sait placer la projection X_Q d'un astre X de déclinaison nulle (l'équateur en est le parallèle diurne) sur l'ellipse correspondante, il sera facile d'en mesurer l'azimut Z_X avec un rapporteur sur la feuille de papier matérialisant le plan de projection (plan de l'horizon).

La projection du parallèle diurne (C) dans le plan de l'horizon est une ellipse notée (E_φ). On remarque que cette ellipse (en tireté) n'est pas superposable à l'ellipse précédente (E_Q).

P. Weir imagine donc d'abord un « parallèle diurne » (C') qui aurait même rayon que l'équateur sans que l'azimut et l'angle au pôle ne soit altérés : il suffit pour cela d'augmenter le rayon, arbitraire, de la sphère locale. Un diamètre est MM' et la projection de (C') dans le plan de l'horizon est une ellipse (E'_φ), de petit axe mm' égal à qq' , superposable à (E_Q). Si on sait placer la projection B' d'un astre sur cette ellipse, son azimut Z_B sera obtenu en lisant au rapporteur l'angle \widehat{NdOB} .

Le dispositif impose, pour plusieurs valeurs de latitude (tous les 10° par exemple) un jeu d'ellipses construites pour une série de valeur de déclinaison.

Compte tenu du fait que la distance entre ellipses superposables est égale à qm soit $\tan D \cdot \cos\varphi$, Weir effectue la translation qui conduit à la superposition de (E'_φ) avec (E_Q). La position correspondante de l'astre vient en B_Q . Pour effectuer la mesure de l'azimut, il faut déplacer le centre de mesure de l'angle de O en A tel que $OA = \tan D \cdot \cos\varphi$. Ayant placé A et B_Q , l'azimut pourra se mesurer au rapporteur en lisant la valeur de l'angle $\widehat{NdAB_Q}$.

La translation du centre de mesure de O en A est fonction de la déclinaison D et de la latitude φ . Ceci conduit à utiliser des échelles de mesure de cette translation calculées selon les deux paramètres.

Pour pallier à cet inconvénient, P. Weir imagine alors de donner au rayon de la sphère locale d'un lieu de latitude φ la valeur $\sec\varphi$. Dans ces conditions, la distance qm entre les ellipses (E_Q) et (E'_φ) est égale à $\tan D \cdot \cos\varphi \cdot \sec\varphi = \tan D$: la translation de O vers A (comme de B' vers B_Q) est maintenant indépendante de la latitude et il sera aisé de graduer l'axe NdS directement en valeurs de déclinaison.

On obtient donc en définitive une famille d'ellipses, pour chaque valeur de latitude, dont le demi-grand axe est $\sec\varphi$ et le demi-petit axe $\tan\varphi$; l'équation d'une ellipse rapportée aux axes est de la forme :

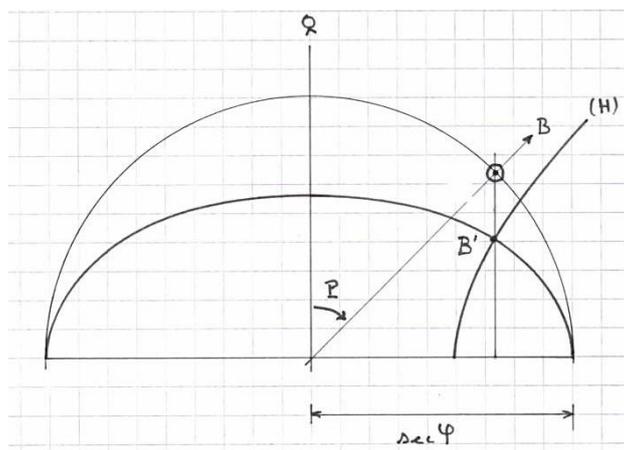
$$\frac{x^2}{(\sec\varphi)^2} + \frac{y^2}{(\tan\varphi)^2} = 1$$

On vérifie que ces ellipses sont homofocales. On effectue ensuite le tracé des ellipses représentatives de diverses valeurs de latitude (de 10° en 10° par exemple).

Pour effectuer la mesure d'azimut, il faut maintenant pouvoir placer le point représentatif de l'astre sur son ellipse.

La position d'un astre B peut être repérée sur son parallèle diurne (agrandi ou non⁸) par sa distance angulaire au méridien supérieur, l'angle au pôle P. On peut ensuite calculer les coordonnées de sa projection B' (puis B_Q) sur l'ellipse considérée, construite pour la latitude φ de l'observateur et dont l'équation figure ci-dessus.

⁸ C'est-à-dire (C) comme (C').



L'abscisse x de B' étant égale à $\sin P \cdot \sec \varphi$, on peut calculer son ordonnée y :

$$y^2 = (\tan \varphi \cdot \cos P)^2$$

Et on établit ensuite que x et y vérifient :

$$\frac{x^2}{(\sin P)^2} - \frac{y^2}{(\cos P)^2} = 1$$

Ce qui constitue l'équation d'une famille d'hyperboles homofocales qu'il conviendra de tracer, dans le même plan et selon le même repère que les ellipses, pour diverses valeurs d'angle au pôle (tous les 10° par exemple), et de repérer.

On obtient ainsi un canevas d'ellipses caractéristiques de la latitude et d'hyperboles caractéristiques de l'angle au pôle (en fait, le diagramme de Weir utilise directement l'angle horaire local AHag).

Ce canevas étant construit il sera facile de placer l'image représentative B_Q d'un astre connaissant son angle horaire local et la latitude du lieu. La déclinaison de l'astre étant donnée, on placera ensuite le centre de mesure A de l'azimut puis une simple mesure au rapporteur de la direction AB_Q donnera accès à l'azimut de l'astre.

Nota : La fiche relative à l'analyse des « Tables Nautiques » de Charles Cornet (1926) présente un diagramme d'azimut - dit graphique de Cornet -. Ce graphique est un quartier du diagramme de Weir ; le canevas en avait été établi facilement de façon analytique, en partant de la formule de l'azimut par l'heure. On aurait pu utiliser la même méthode pour expliciter la construction du diagramme de Weir. On a cependant tenu à suivre la démarche exposée par son auteur.

Réalisation et usage :

Le « Modified Weir Azimuth Diagram » publié par le UK Hydrographic Office est utilisable en tous lieux de latitude n'excédant pas 65° et pour des astres dont la déclinaison est comprise entre 0° et 78° .

Les grandes dimensions du diagramme (64 sur 55 cm) autorisent la construction du réseau d'ellipses pour chaque degré entier de latitude (en bleu) et du réseau d'hyperboles pour chaque degré entier d'angle horaire local (en rouge).

⁹ Lorsque la déclinaison est supérieure à 65° , il faut allonger l'axe vertical du diagramme et utiliser une échelle annexe.

Le point cardinal N est porté suivant la direction ascendante de l'axe vertical du diagramme ; les azimuts sont comptés de la façon usuelle, de 0° à 360° dans le sens rétrograde ; ils sont repérés en noir sur une couronne extérieure pour satisfaire à l'usage d'une règle parallèle.

L'angle horaire local est repéré :

- à partir du haut du diagramme, en tête de chaque demi-branche d'hyperbole, de 0° à 360° (et 0 à 24 h) en tournant dans le sens rétrograde, pour les latitudes N (inscriptions en noir),
- à partir du bas du diagramme, en tête de chaque demi-branche d'hyperbole, de 0° à 360° (et 0 à 24 h), en tournant dans le sens direct, pour les latitudes S (inscriptions en vert).

Une rapide analyse sur une sphère locale montre que les graduations d'azimut sont décalées de 180° par rapport aux graduations d'angle horaire, quelle que soit le nom de la latitude. Ce décalage a été voulu par la contrainte de sens logique de translation du centre A de mesure de l'azimut qui doit se faire « vers le haut » si la déclinaison est N et « vers le bas » si la déclinaison est S.

En effet, si on reprend l'explication de la construction du diagramme donnée ci-dessus, la translation de O vers A se fait vers la gauche (donc vers le bas si on adopte la représentation « Nord en haut ») alors que la déclinaison choisie pour l'exemple est N. Le décalage de 180° entre azimut et angle horaire implique une translation dans un sens habituel et conventionnel.

Le placement de la représentation de l'astre se fait en suivant la branche d'hyperbole relative à l'angle horaire considéré et à l'hémisphère dans lequel on se trouve ; on part donc toujours de la périphérie du diagramme. On suit la branche d'hyperbole jusqu'à sa première intersection avec l'ellipse caractéristique de la latitude. On marque ainsi le point B_Q .

Sur l'axe vertical, on place le point A selon la déclinaison de l'astre. On note que 27 étoiles principales sont directement indiquées à l'emplacement correspondant à leur déclinaison.

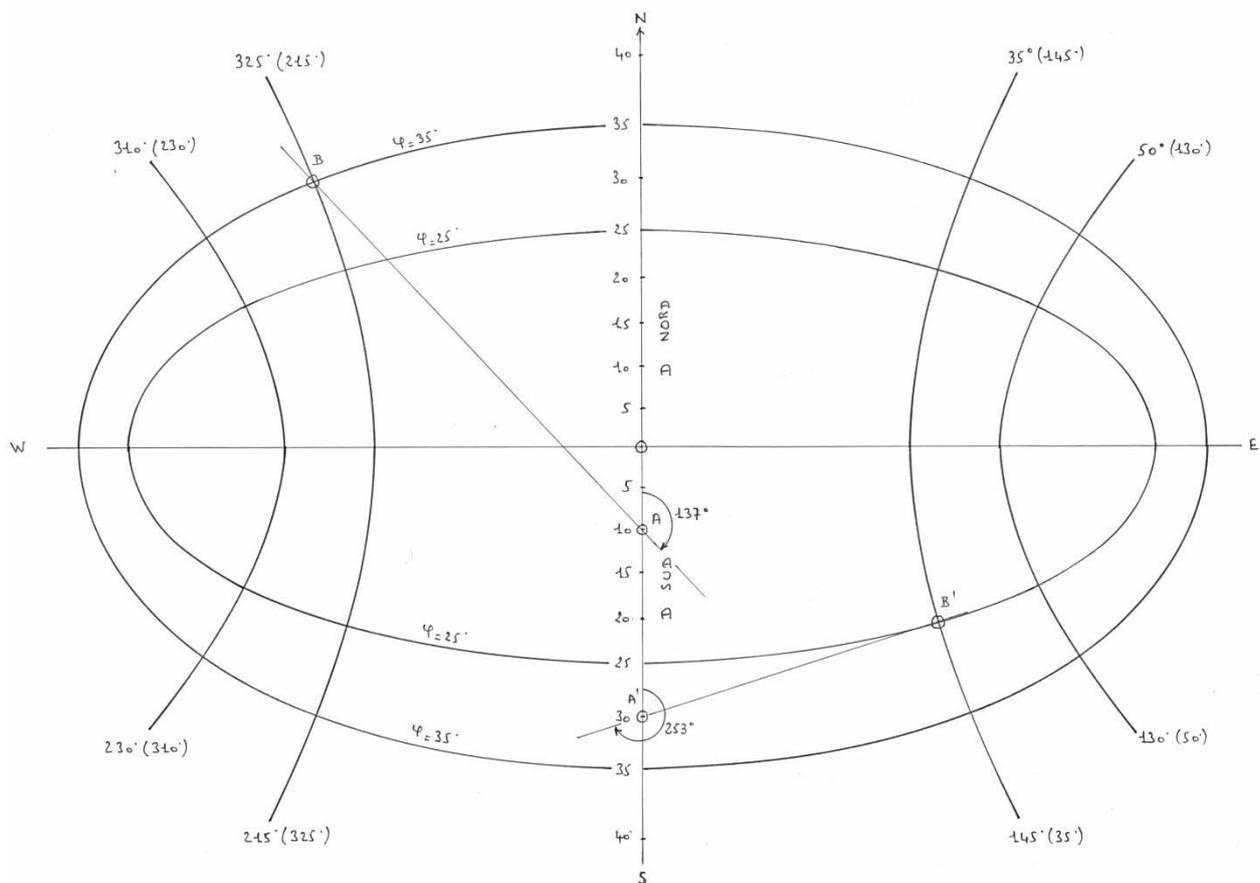
Afin de tenir compte du décalage de 180° indiqué ci-dessus, la lecture de l'azimut se fait avec une règle rapporteur (ou une règle parallèle) en relevant la direction de B_Q vers A (de l'image de l'astre vers le centre).

L'ensemble du diagramme est reproduit en annexe I.

La figure construite en page suivante représente un diagramme de Weir simplifié pour lequel on a construit les ellipses relatives aux latitudes 25° et 35° et les branches d'hyperboles relatives aux angles horaires locaux 35° et 50° , 130° et 145° , 215° et 230° , 310° et 325° (les valeurs entre parenthèses sont relatives aux lieux de latitude S). On y a ensuite traité deux exemples :

- 1) $AHag = 325^\circ$, $\varphi = 35^\circ$ N et $D = 10^\circ$ S. Azimut lu : $Z = 137^\circ$.
- 2) $AHag = 035^\circ$, $\varphi = 25^\circ$ S et $D = 30^\circ$ S. Azimut lu : $Z = 253^\circ$.

Les valeurs obtenues par le calcul sont respectivement : $137,0^\circ$ et $252,8^\circ$.



Commentaires :

Le diagramme de Weir, de grandes dimensions est clair, un astre y est placé facilement, et simple d'utilisation. Des instructions d'emploi concises figurent aux coins du diagramme ainsi qu'un exemple. L'azimut est obtenu sans ambiguïté de quadrant avec la précision requise du degré.

Si le document peut, en permanence, rester disposé à plat et n'est utilisé que par des observateurs particulièrement précautionneux, son emploi ne présente que des avantages.

Les inconvénients, relevés par S. T. Lecky (voir Annexe II), étaient bien réels au début du XXe siècle à bord de navires où, bien souvent, la place était comptée¹⁰ :

- érosion rapide du document suite aux gommages successifs notamment dans le cas d'utilisation partagée,
- encombrement et nécessité du rangement à plat¹¹.

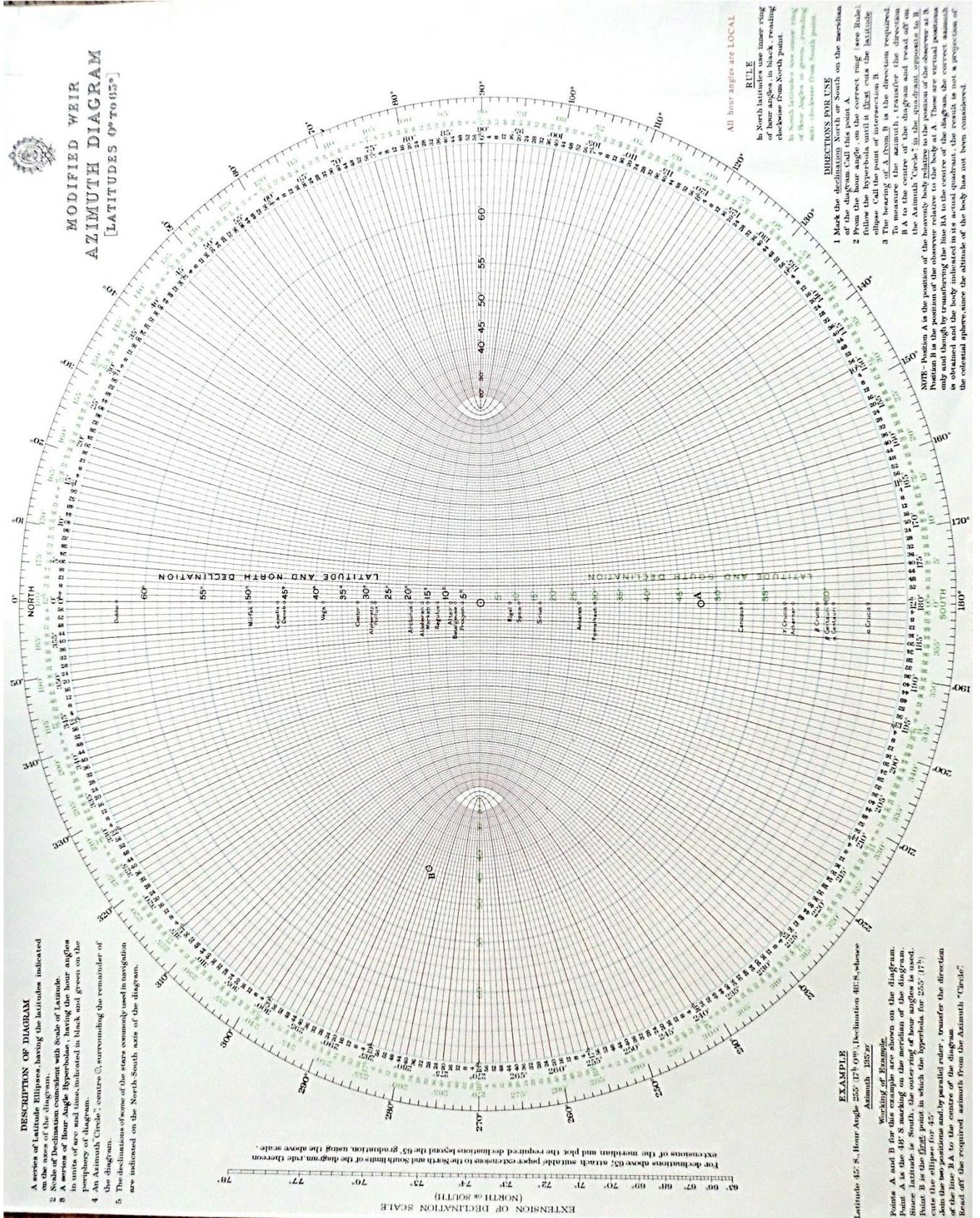
A bord des navires de commerce, ces arguments ne sont plus du tout pertinents à partir de la seconde moitié du XXe siècle : les chambres des cartes sont en général de dimensions respectables et un espace peut être prévu pour placer le diagramme à poste fixe sous un plexiglass de faible épaisseur.

¹⁰ On pense notamment aux voiliers long-courriers de l'époque.

¹¹ Dans l'introduction des « General Utility Tables » Lecky indique que les tiroirs de la table à cartes étaient parfois fermés à clef par le capitaine donc inaccessibles aux officiers de quart ; seule la carte de la zone de navigation parcourue était à disposition.

ANNEXE I

DIAGRAMME DE WEIR



ANNEXE II

CAPTAIN WEIR'S AZIMUTH DIAGRAM

by S.T. Lecky in "Wrinkles in Practical Navigation"

Lord Kelvin, looking at it from a mathematician's point of view, considers it about the neatest thing of its kind ever produced, and wonders that it had not suggested itself before – apparently a repetition of Columbus and the egg.

The process of taking out the azimuth – the latitude, declination, and the hour-angle being given – is simple and quickly done. With ordinary care, the small error inseparable from the use of diagrams will not in most cases exceed half a degree, and this is not worth consideration; but there are cases involving the centre of the diagram where the lines run into confusion, in which the error might be possibly amount to a degree or a little more. These cases being confined to low latitudes and large hour-angles would not occur every day, and on certain routes would never occur at all, so that exception to the diagram cannot justly be taken on this score.

The writer, however, is not in love with mathematical diagrams of any sort, and least of all with one for this particular purpose. Azimuths in well-conducted vessels are taken frequently, and where the same diagram is worked upon with pencil and ruler day after day by several officers, it soon gets played out. Officer's cabin are small; their table, even supposing they have one, is smaller; and diagrams which require a good large table upon which to spread them out flat and leave space at the margin for parallel rulers, do not find favour with the average merchant officer, who seldom has room enough for himself and kit, especially when two are billeted in a cabin measuring at most 6 feet by 5. Whatever the cause, experience proves that, where it does not involve more time, the preference is given to calculation. Weir's diagram is 30 by 31 inches, and should be kept flat, not rolled.

Extrait des "Wrinkles", 16e édition 1912, page 124.