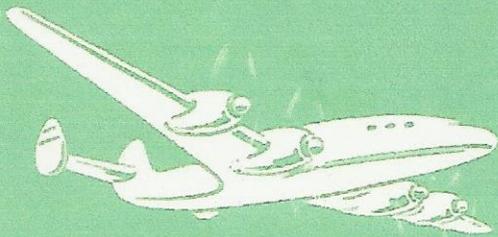
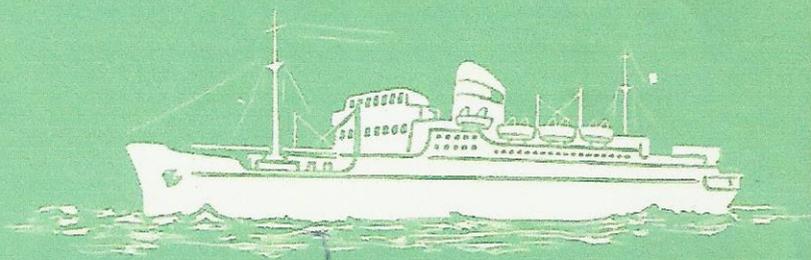


INSTITUT FRANÇAIS DE NAVIGATION

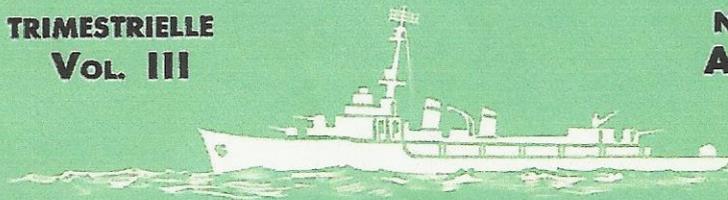
NAVIGATION

REVUE TECHNIQUE
DE NAVIGATION MARITIME ET AÉRIENNE



TRIMESTRIELLE
Vol. III

NUMÉRO 10
AVRIL 1955



INSTITUTE OF TECHNOLOGY, MASSACHUSETTS

NAVIGATION

BY
DR. JAMES H. HARRIS



MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS

TABLE DE POINT « MINIATURE » (HAUTEUR ET AZIMUT)

par R. DONIOL

INGÉNIEUR HYDROGRAPHIE EN CHEF
LICENCIÉ ES SCIENCES

La Table de point « Miniature » provient d'une étude dont le but était de rechercher le moyen d'obtenir une table aussi brève que possible qui n'exigerait, pour la détermination complète du point, que des calculs de longueur acceptable.

Nous savons, en effet, par les nombreuses tentatives qui furent faites en ce sens, que ce que l'on gagne en brièveté tabulaire on le perd généralement en allongeant les opérations. Dans ce domaine, par conséquent, pas de miracle.

Après adoption d'une formule permettant de réaliser une telle table, nous avons cherché le maximum de simplifications, tant dans la présentation des tableaux que dans la disposition des calculs.

On pourra remarquer que le second tableau est encore susceptible d'être réduit de moitié puisque les éléments de droite et de gauche se complètent ou se déduisent aisément les uns des autres, tandis que les parties proportionnelles et les semiverses se déterminent facilement en utilisant uniquement la colonne des cosinus. De même, dans le premier tableau, les différences tabulaires, ainsi que les tangentes (déjà réduites à un demi-quadrant), pourraient, à la rigueur, être supprimées; mais, comme nous l'avons laissé entendre, les opérations complémentaires se feraient au détriment du calcul, sans apporter à la table des simplifications très appréciables.

Inversement, on peut penser que le calcul sera facilité dans la mesure où l'on ajoutera des tables auxiliaires, par exemple une table de multiplication à deux chiffres. De même, les habitués de la règle à calcul parviendront au résultat approché dans un temps très court, et, bien entendu, une petite machine à calculer (éventualité plutôt rare) peut aussi apporter une aide efficace. A vrai dire, le très petit nombre d'opérations accessoires à effectuer (une multiplication, une division et une addition algébrique pour la hauteur; une division et deux multiplications, ces deux dernières, approchées, faites à vue, pour l'azimut) ne justifie guère l'emploi de tels artifices qui n'apporteraient, au détriment de la simplicité, qu'un gain assez illusoire, à cause des manipulations supplémentaires. Enfin, dernier

argument, cette table doit, en bonne logique, conserver une totale autonomie pour respecter sa caractéristique essentielle.

Les formules de base se prêtent à l'emploi de tables qui n'exigeraient aucune interpolation et se passeraient même de point auxiliaire, mais cette hypertrophie serait, pratiquement, sans intérêt.

Toutefois, les chercheurs pourront trouver des solutions intermédiaires satisfaisantes entre la forme abrégée que nous présentons et une table complète utilisant les mêmes formules.

Telle quelle, la Table « Miniature » ne prête, malheureusement pas, à une application suffisamment pratique pour détrôner les méthodes en usage, mais elle offre l'avantage d'être complète (hauteur et azimut), simple (règles de signes et de calcul très réduites), d'emploi facile (type de calcul très bref et absence de feuilletage) et d'apprentissage rapide (quelques dizaines de minutes) avec les notions usuelles de trigonométrie sphérique. Enfin, la facilité de son tirage (sur ozalid, par exemple) en fait une table à peu près gratuite que l'on peut glisser dans son portefeuille ou placarder, ou même expédier dans une lettre-avion.

Nous remercions d'avance les chercheurs qui trouveraient une amélioration à y apporter.

PRINCIPE

A. -- Formule de la hauteur.

La formule fondamentale :

$$\sin H = \sin L \sin D + \cos L \cos D \cos P,$$

peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \sin H &= \cos(L - D) - 2 \cos L \cos D \sin^2 \frac{P}{2} \\ &= \cos(L - D) - [\cos(L - D) + \cos(L + D)] \sin^2 \frac{P}{2} \end{aligned}$$

et, finalement :

$$\sin H = n - (n + m) a,$$

avec :

$$n = \cos(L - D);$$

$$m = \cos(L + D);$$

$$a = \operatorname{sem} P = \sin^2 \frac{P}{2}.$$

On remarquera que tous les termes de cette formule sont positifs, sauf m dans le seul cas, peu fréquent, où $L + D > 90^\circ$.

B. — Formule de l'azimut.

a) A partir de la formule des cotangentes :

$$\cot Z \sin P = \operatorname{tg} D \cos L - \cos P \sin L,$$

on obtient successivement :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} Z &= \frac{\sin P \cos D}{\sin D \cos L - \cos D \sin L \cos P} \\ &= \frac{\sin P \cos D}{\sin D \cos L \left(\cos^2 \frac{P}{2} + \sin^2 \frac{P}{2} \right) - \cos D \sin L \left(\cos^2 \frac{P}{2} - \sin^2 \frac{P}{2} \right)} \\ &= \frac{\sin P \cos D}{\sin^2 \frac{P}{2} \sin (D + L) + \cos^2 \frac{P}{2} \sin (D - L)} \end{aligned}$$

et, finalement :

$$\operatorname{tg} Z = \frac{\cos D}{f \cdot \Delta_M + f' \cdot \Delta_N} = \frac{\cos D}{\gamma},$$

en posant :

$$\Delta_M = \sin (D + L) \sin 1';$$

$$\Delta_N = \sin (D - L) \sin 1';$$

$$f = \frac{\sin^2 \frac{P}{2}}{\sin P \cdot \sin 1'} = 2 \sin^2 \frac{P}{2};$$

$$f' = \frac{\cos^2 \frac{P}{2}}{\sin P \cdot \sin 1'} = 2 \cot^2 \frac{P}{2}.$$

b) RÈGLE DE SIGNES.

$$\Delta_M > 0 \quad \text{si} \quad |L| < |D|.$$

Si :

D > L, Z a le même nom que D;

D < L, Z a le nom du pôle élevé, si $\operatorname{tg} Z < 0$;D < L, Z a le nom du pôle abaissé, si $\operatorname{tg} Z > 0$.

c) REMARQUE.

Notons que le passage au premier vertical ($Z = 90^\circ$ ou 270°) est déterminé très facilement par la valeur a de la formule ci-dessus; d'où P_a .

En faisant $\gamma = 0$, on obtient, en effet :

$$a = \operatorname{sem} P_a = \frac{\Delta_N}{\Delta_N - \Delta_M},$$

résultat intéressant pour un calcul d'azimut ou de « longitude ».

EMPLOI DE LA TABLE

Le plus simple est de raisonner sur un exemple. Soit :

$$L_e = 59^{\circ} 03' N, \quad D = 52^{\circ} 35' N, \quad G_e = 27^{\circ} 33' W, \quad P_e = 6^h 45^m 37^s E.$$

A. -- Choix du point auxiliaire.

Pour faciliter les multiplications et réduire les dimensions du tableau de droite, les chiffres significatifs des valeurs de sem P_a ont été limités à trois (sauf deux exceptions, à quatre), et même à un ou deux, dans quarante-six cas sur cent vingt-deux.

D'où, certaines valeurs prédéterminées de P_a (angle au pôle approché).

La valeur choisie pour P_a sera la plus voisine de P_e (angle au pôle estimé).

La différence ($P_e - P_a$) donnera la longitude approchée, en écrivant :

$$G_a + P_a = G_e + P_e,$$

ou :

$$G_a = G_e \pm (P_e - P_a) \begin{cases} \text{Astre à l'W : } P_e > 0 \\ \text{Astre à l'E : } P_e < 0 \end{cases}$$

et en appliquant la règle : si l'angle horaire approché est plus petit que l'angle horaire estimé, le point approché est à l'Ouest du point estimé. Ou, en abrégé :

Si $AH_a < AH_e$, O_a à l'W de O_e .

$P_e = 6.45.37$	$P_e - P_a = 0^{\circ} 08'$
$P_a = 6.46.09$	$G_e = 27^{\circ} 33'$
$P_e - P_a = 0.32$	$G_a = 27^{\circ} 41' W$

On prend pour latitude approchée la valeur la plus voisine qui donne, pour $(L_a + D)$ ou $(L_a - D)$, une valeur arrondie au degré ou au demi-degré. On a ainsi :

L_a	$59^{\circ} 05' N$
D	$52^{\circ} 35' N$
$L_a - D = N$	$6^{\circ} 30'$
$L_a + D = M$	$111^{\circ} 40'$

B. — Calcul de H.

On utilise, pour entrer dans la table, les valeurs de :

$$\left. \begin{aligned} n &= \cos(L - D) \\ m &= \cos(L + D) \end{aligned} \right\} \text{ avec cinq chiffres significatifs.}$$

Sem $P_a = a (< 1)$ avec les décimales de la table, et l'on écrit :

	m	— 36 921
	n	99 357
	Σ	62 436
$(a = 0,600)$	$- a \Sigma$	— 37 462
	$\sin H$	61 895
	$\sin 38^\circ$	61 566
	Différ.	— 329/22,9
	H	$38^\circ 14',4$

C. — Calcul de Z.

	$f \cdot \Delta_M$	— 572	soit	$(21,1 \times 27,1)$
	$f' \cdot \Delta_N$	47		$(14,1 \times 3,3)$
$(\cos D = 608)$	γ	— 525	$\text{tg } Z = \cos D/\gamma =$	1,16
	Z	N $49^\circ,3E$	(exactement	$49^\circ 21' E)$

D. — Discussion.

Le calcul logarithmique, par la formule fondamentale, donne, pour H_a :

P		$l. \cos$	9,30 105	a	0,68 139	
L	$l. \sin$	9,93 3445	$l. \cos$	9,71 079	b	— 0,06 244
D	$l. \sin$	9,89 995	$l. \cos$	9,78 362	$a + b$	0,61 895
	$l. a$	9,83 3395	$l. b$	8,79 546	H	$38^\circ 14',4$

De même, le calcul logarithmique à cinq décimales, par la formule :

$$\cot Z = \text{tg } D \cdot \text{coséc } P \cdot \cos L - \sin L \cdot \cot P$$

donne, pour Z :

D	$l. \text{tg}$	0,11 633		a	0,68 547	
L	$l. \cos$	9,71 079	$l. \sin$	9,93 344	b	— 0,17 512
P	$l. \text{coséc}$	0,00 887	$l. \cot$	9,30 991	$a - b$	0,86 059
	$l. a$	9,83 599	$l. b$	9,24 335	Z	N $49^\circ 17' E$

La concordance est donc excellente dans cet exemple, pris au hasard. On remarquera, notamment, que la valeur naturelle de $\sin H$ (0,61 895) est exactement la même dans les deux cas, ce qui est normal puisque notre calcul se fait avec la même approximation.

E. — Autre exemple.

Soit :

$$L_e = 7^{\circ} 45' S, \quad P_e = 0^h 56^m 15^s W.$$

L_e	7° 45' S	L_a	7° 47' S	m	99 540	$f \cdot \Delta_M$	6
P_e	0 ^h 56 15 W	D	13° 17' N	n	93 316	$f' \cdot \Delta_N$	1 460
P_a	0 58 04	N	21° 04'	Σ	192 856	γ	1 466
$P_e - P_a$	— 1 ^m 49 ^s	M	5° 30'	$-a \Sigma$	2 893	$\cos D$	973
	27', 2 E			$\sin H$	90 423	Z	N 33° 5 W
G_e	18° 30', 2 W			$\sin 65^{\circ}$	90 631		
G_a	18° 03' W			Différ.	208,12,4		
				H	64° 43',2		

DÉTAILS.

$$a = 0,015, \quad f \cdot \Delta_M = 2,1 \times 2,8, \quad \cot Z = 1,496,$$

$$n = 93\,358 - 42, \quad f' \cdot \Delta_N = 139 \times 10,5 \quad (Z = N 33^{\circ} 32' W).$$

APPROXIMATION.

Le calcul logarithmique classique donne :

$$H = 64^{\circ} 43',3 \quad \text{et} \quad Z = N 33^{\circ} 38' W.$$

(Les valeurs azimutales n'ont été poussées jusqu'à la minute que pour faire apparaître, d'une façon appréciable, leur différence. Cette dernière est encore très faible dans le dernier exemple, malgré les circonstances défavorables au calcul par cette formule : hauteur grande et azimut voisin de 28°, valeur pour laquelle l'erreur est maximum.)

CONCLUSION

En bref, après avoir exposé le fondement théorique de la table, avec exemples à l'appui, nous terminerons en ajoutant ce qu'il convient seulement de retenir par la suite.

Le résumé ci-après est l'unique texte annexé à la table.

La disposition du calcul que nous proposons est avantageuse car elle permet de noter aussitôt, sans y revenir, toutes valeurs correspondant à un argument donné. Ce type trouve facilement sa place dans un tout petit carnet de poche en laissant néanmoins suffisamment d'espace dans la page pour les opérations auxiliaires.

RÉSUMÉ OU MODE D'EMPLOI

A. — Hauteur et azimut.

FORMULES.

$$\sin H = n - a(m + n),$$

avec :

$$n = \cos (L - D);$$

$$m = \cos (L + D);$$

$$a = \text{sem } P;$$

$$\text{tg } Z = \frac{\cos D}{\Delta_M \cdot f + \Delta_N \cdot f'};$$

cos D avec trois chiffres;

Δ = variat. cos pour 1'.

PRÉCISION.

Pour H : même précision que par calcul logarithmique classique (un ou deux dixièmes de mille);

Pour Z : quelques minutes ou dixièmes de degré. On pourra donc se contenter d'opérations simplifiées ou d'interpolations à vue.

POINT AUXILIAIRE.

1° Chercher, dans la table de droite, la valeur P_a la plus voisine de P_e et adopter une longitude $G_a = G_e + (P_e - P_a)$. ($P_E > 0$; $P_W < 0$).

Si $AH_a < AH_e$, O_a à FW de O_e .

2° Choisir pour L_a la valeur la plus voisine qui donne, pour $(L_a - D) = N$ ou pour $(L_a + D) = M$, une valeur arrondie au demi-degré.

Degrés	cos	Δ	Degrés	cos	Δ	tg	Degrés	cos	Δ	tg	Degrés
90 0		0.1	30	86603	11.6		60	50000	25.2	1.73	120
	99996	2		6163	8			49242	3	77	
89 1	985	5	59 31	5717	15.		29 61	8181	4	80	119
	966	8		5264	2			7716	6	84	
88 2	939	1.	58 32	4805	4		28 62	6947	7	88	118
	905	3		4339	6			6175	8	92	
87 3	863	5	57 33	3867	8		27 63	5399	9	96	117
	813	8		3389	16.1			4620	26.	2.01	
86 4	756	2.	56 34	2904	3		26 64	3837	2	05	116
	692	3		2113	5			3051	3	10	
85 5	619	5	55 35	1915	7		25 65	2262	4	14	115
	540	8		1412	9			1469	5	19	
84 6	452	3.	54 36	0902	17.1		24 66	40674	6	25	114
	357	3		80386	3			30875	7	30	
83 7	255	5	53 37	79861	5		23 67	9073	8	36	113
	141	8		9335	7			8268	9	41	
82 8	99027	4.	52 38	8801	9		22 68	7161	27.	48	112
	98902	3		8261	18.1			6650	1	51	
81 9	769	6	51 39	7715	3		21 69	5837	2	61	111
	629	8		7162	5			5021	3	67	
80 10	481	5.1	50 40	6601	7		20 70	4202	3	75	110
	325	3		6041	9			3381	4	82	
79 11	98163	6	49 41	5471	19.1		19 71	2537	5	90	109
	97992	8		4896	3			1730	6	99	
78 12	815	6.1	48 42	4311	5		18 72	0902	7	3.08	108
	630	3		3728	7			30071	8	17	
77 13	437	6	47 43	3135	9		17 73	29237	8	27	107
	237	8		2537	20.			8402	9	38	
76 14	97030	7.	46 44	1931	2		16 74	7561	28.	49	106
	96815	3		1325	1			6724	0	61	
75 15	593	5	45 45	0711	6	1.00	15 75	5882	1	73	105
	353	8		70091	8	02		5038	2	87	
74 16	96126	8.	44 46	69466	9	04	14 76	4192	2	4.01	104
	95882	3		8835	21.1	05		3345	3	17	
73 17	630	5	43 47	8200	3	07	13 77	2495	4	33	103
	372	7		7559	5	09		1644	4	51	
72 18	95106	9.	42 48	6913	6	11	12 78	20791	5	70	102
	94832	2		6262	8	13		19936	5	92	
71 19	552	5	41 49	5606	22.	15	11 79	9081	6	5.14	101
	91261	7		4945	1	17		8221	6	40	
70 20	93969	10.	40 50	4279	3	19	10 80	7365	7	67	100
	667	2		3608	5	21		6505	7	98	
69 21	358	4	39 51	2932	6	23	9 81	5613	7	6.31	99
	93042	7		2251	8	26		4781	8	69	
68 22	92718	9	38 52	1566	9	28	8 82	3917	8	7.12	98
	388	11.1		0876	23.1	30		3053	8	7.60	
67 23	92050	4	37 53	60182	2	33	7 83	2187	9	8.14	97
	91706	6		59482	4	35		1320	9	78	
66 24	91355	8	36 54	8779	5	38	6 84	10453	9	9.51	96
	90996	12.1		8070	7	40		09585	29.	10.4	
65 25	631	3	35 55	7358	8	43	5 85	8716	.	11.4	95
	90259	5		6641	21.	46		7816	.	12.7	
64 26	89879	8	34 56	5919	1	48	4 86	6976	.	14.3	94
	493	13.		5194	3	51		6105	.	16.3	
63 27	89101	2	33 57	4464	4	54	3 87	5231	1	19.1	93
	88701	4		3730	5	57		4362	1	22.9	
62 28	88295	7	32 58	2992	7	60	2 88	3490	1	28.6	92
	87882	9		2250	8	63		2618	1	38.7	
61 29	462	14.1	31 59	1594	9	66	1 89	1745	1	57.3	91
	87036	3		0751	25.1	70		0873	1	115.6	
60 30	86603	6	30 60	50000	2	1.73	0 90	00000	29.1	00	90

				f'	f	a	Pa					f'	f	a	Pa
Pa	a	f	f'					Pa	a	f	f'				
0 0000	0.			0.	12 0000	3232	200	8.6	34.1	800	8 2728				
0628	0002	0.2	1215	9998	5332	3523	05	7	33.8	795	2437				
1015	5	4	769	5	4945	3812	10	9	33.3	90	2148				
1431	001	5	543	999	4529	4100	15	9.	32.8	85	1900				
2031	2	6	384	98	3929	4347	20	1	32.1	80	1613				
2507	3	9	313	97	3453	4632	25	3	31.9	75	1328				
2906	4	1.1	271	96	3100	4916	30	4	31.5	70	1044				
3226	5	2	243	95	2731	5139	35	5	31.	65	0801				
3532	6	3	221	94	2428	5441	40	7	30.6	60	0519				
3824	7	4	205	93	2136	5721	45	8	30.2	55	0239				
4103	8	5	191	92	1857	6000	50	9	29.8	50	8 0000				
4333	9	6	180	91	1627	6238	55	10.1	29.4	45	7 5722				
4555	10	7	171	90	1405	6515	60	2	29.	40	5445				
4810	11	8	163	89	1150	6752	65	3	28.6	35	5208				
5223	13	2.	150	87	0737	7027	70	4	28.3	30	4933				
5615	15	1	139	85	0345	7301	75	5	27.9	25	4659				
5956	17	3	131	83	11 0004	7580	80	7	27.6	20	4425				
1 0323	19	4	123	81	10 5637	7858	85	8	27.2	15	4152				
0639	21	5	117	79	5321	8140	90	9	26.9	10	3920				
0917	23	6	112	77	5013	8421	95	11.1	26.6	705	3649				
1247	25	8	107	75	4713	8701	300	3	26.3	700	3419				
1540	27	9	103	73	4420	8981	05	4	25.9	695	3119				
1948	30	3.	98	70	4012	9261	10	5	25.6	90	2920				
2344	33	2	93	67	3616	9541	15	7	25.3	85	2652				
2730	36	3	89	64	3230	9821	20	8	25.1	80	2421				
3107	39	5	85	61	2853	10101	25	9	24.8	75	2157				
3436	42	6	82	58	2524	10381	30	12.1	24.5	70	1930				
3759	45	7	75	55	2201	10661	35	2	24.2	65	1701				
4115	48	8	77	52	1845	10941	40	3	23.9	60	1439				
4425	51	4.	74	49	1535	11221	45	5	23.6	55	1214				
4730	54	1	72	46	1230	11501	50	6	23.3	50	0950				
5129	58	3	69	42	0831	11781	55	7	23.0	45	0726				
5521	62	4	67	38	0439	12061	60	9	22.7	40	0502				
5905	66	5	65	34	10 0055	12341	65	13.	22.4	35	0239				
2 0244	70	7	63	30	9 5716	12621	70	2	22.1	30	7 0017				
0617	74	8	61	26	5343	12901	75	3	21.8	25	6 5755				
0945	78	5.	59	22	5015	13181	80	4	21.5	20	5533				
1307	82	2	57	18	4653	13461	85	6	21.2	15	5311				
1625	86	3	56	14	4335	13741	90	8	20.9	10	5050				
1940	90	4	55	10	4020	14021	95	9	20.6	05	4829				
2337	95	6	53	05	3623	14301	400	14.1	20.3	600	4609				
2729	100	7	52	900	3231	14581	05	2	20.0	595	4349				
3116	05	9	50	895	2844	14861	10	4	19.7	90	4129				
3458	10	6.	49	90	2502	15141	15	5	19.4	85	3909				
3836	15	2	48	85	2124	15421	20	7	19.1	80	3649				
4209	20	3	47	80	1751	15701	25	8	18.8	75	3430				
4538	25	5	45	75	1422	15981	30	15.	18.5	70	3211				
4904	30	7	44	70	1056	16261	35	1	18.2	65	2952				
5227	35	8	41	65	0733	16541	40	3	17.9	60	2734				
5547	40	9	43	60	0413	16821	45	4	17.6	55	2516				
5904	45	7.1	42	55	9 0056	17101	50	6	17.3	50	2257				
3 0218	50	2	41	50	8 5742	17381	55	8	17.0	45	2039				
0529	55	4	40	45	5431	17661	60	9	16.7	40	1821				
0838	60	5	39	40	5122	17941	65	16.	16.4	35	1603				
1144	65	6	39	35	4816	18221	70	2	16.1	30	1345				
1448	70	8	38	30	4512	18501	75	3	15.8	25	1128				
1750	75	9	37	25	4210	18781	80	5	15.5	20	0910				
2050	80	8.1	37	20	3910	19061	85	7	15.2	15	0653				
2348	85	2	36	15	3612	19341	90	8	14.9	10	0435				
2644	90	4	36	10	3316	19621	95	17.	14.6	05	0218				
2939	195	5	35	805	3021	6 0000	500	2	14.3	500	6 0000				

RÈGLES DE SIGNES.

1° Pour H : tous les termes sont > 0 [sauf m , dans le cas évident où $(L + D) > 90^\circ$];

2° Pour Z :

$$\Delta_M > 0 \quad \text{si} \quad |L| < |D|.$$

Si :

$D > L$, Z a le même nom que D;

$D < L$, Z a le nom de L, si $\text{tg } Z < 0$ (et inversement).

B. -- Azimut par l'heure.

Si l'on ne calcule que l'azimut (pour une variation, par exemple), le point auxiliaire est inutile. Il suffit de prendre f et f' à vue, en fonction de P_e , ou même de les rapporter au P le plus voisin.

EXEMPLE ET TYPE DE CALCUL.

Hauteur			Azimut		
		D	24° 00' S >	cos D = 914	
171 690	$\Sigma <$	L	20° 00' N	Δ	
99 756	$m \mid <$	M	4° 00' >	2	9,9
71 934	$n \mid <$	N	44° 00' >	20,2	29,8
42 923	$- a \Sigma <$	$a \wedge$	0,250		
29 011	sin H	P.	4 ^h 00 ^m W		914/622
29 237	sin 17°	Z	S 55°,8 W <	tg Z	1,47
Diff. = 226/27,8	— 8',1	H	16° 51',9		