

APPENDIX
to
RAPER'S PRACTICE OF NAVIGATION

W. HALL

Le titre est complété par :

« An explanation of the new astronomical navigation by the method of calculated zenith distances, with special tables for simplifying and shortening the work »

L'opuscule publié chez l'éditeur J. D. Potter à Londres en 1913¹ a été écrit par le Rev. William Hall, « Chief Naval Instructor, Royal Australian Navy » ; il constitue un résumé pratique sur la méthode de Marcq de Saint-Hilaire (« The New Astronomical Navigation ») accompagné de deux tables permettant de calculer la hauteur estimée suivant la formulation en cosinus-versine.

Ce résumé vient actualiser le traité de Henri Raper (1799-1859) : « The Practice of Navigation and Nautical Astronomy » dont la première édition fut publiée en 1840.

Le document (25 cm sur 16,5 cm, 245 g), constitué d'une quarantaine de pages, contient :

- 8 pages de texte explicatif : résumé, utilisation des tables et exemples ;
- 9 pages de table des logarithmes du cosinus ;
- 24 pages de table des versines naturels et de leurs logarithmes.

Le texte présente, de façon concise et schémas à l'appui, les trois méthodes classiques de construction d'une droite de hauteur. La première, dite **Chronometer Method**, ou méthode du parallèle estimé, est qualifiée de :

« Good on large bearings – fails near the meridian »

La seconde, dite **Ex-Meridian Method**, ou méthode du méridien estimé, est qualifiée de:

« Good near the meridian – fails on large bearings »

Enfin, la troisième, dite **General Method** « *as proposed by Admiral Marcq de Saint-Hilaire, and known as the New Navigation* », ou méthode du vertical estimé est, elle, qualifiée de:

« Good on all bearings – fails in no cases »

Le texte donne ensuite la formule en cosinus-versine pour le calcul de la distance zénithale et détaille trois exemples correspondant à trois observations, la première au voisinage du premier vertical, la seconde, au voisinage du méridien et la troisième dans un relèvement intermédiaire. Les trois

¹ Avec des ré-impressions en 1917, 1919 et 1930.

observations sont traitées selon la méthode de Marcq de Saint-Hilaire, sans le calcul d'azimut dont seul le résultat est donné.

Présentation des tables :

D'une manière générale, les tables de Hall sont argumentées en degrés, avec un intervalle d'argumentation de une minute ; les fonctions tabulées sont exprimées avec 4 décimales. Les logarithmes négatifs sont donnés sous la forme rencontrée habituellement en Grande-Bretagne : le logarithme de x est donc écrit sous la forme 10 + log(x), ce qui évite l'emploi de caractéristiques négatives.

Table des logarithmes des cosinus :

L'argument est exprimé de 0° à 90° et la table, à simple entrée, se présente comme ci-dessous :

LOG. COSINES

Arc	L Cos 40°	L Cos 41°	L Cos 42°	L Cos 43°	L Cos 44°	L Cos 45°	L Cos 46°	L Cos 47°	L Cos 48°	L Cos 49°	Arc
0	9.8843	9.8778	9.8711	9.8641	9.8569	9.8495	9.8418	9.8338	9.8255	9.8169	0
1	41	77	10	40	68	94	16	36	54	68	1
2	40	76	08	39	67	92	15	35	52	67	2
3	39	75	07	38	66	91	14	34	51	65	3
4	38	73	06	37	64	90	12	32	49	64	4
5	9.8837	9.8772	9.8705	9.8635	9.8563	9.8489	9.8411	9.8331	9.8248	9.8162	5
6	36	71	04	34	62	87	10	30	47	61	6
7	35	70	03	33	61	86	09	28	45	59	7
8	34	69	02	32	60	85	07	27	44	58	8
9	33	68	9.8700	31	58	83	06	26	42	56	9
10	9.8832	9.8767	9.8699	9.8629	9.8557	9.8482	9.8405	9.8324	9.8241	9.8155	10
11	31	66	98	28	56	81	03	23	40	53	11
12	30	65	97	27	55	80	02	22	38	52	12
13	29	63	96	26	53	78	9.8401	20	37	50	13
14	28	62	95	25	52	77	9.8399	19	35	49	14
15	9.8827	9.8761	9.8694	9.8624	9.8551	9.8476	9.8398	9.8317	9.8234	9.8148	15
16	25	60	92	22	50	75	97	16	33	46	16
17	24	59	91	21	48	73	95	15	31	45	17
18	23	58	90	20	47	72	94	13	30	43	18
19	22	57	89	19	46	71	93	12	28	42	19
20	9.8821	9.8756	9.8688	9.8618	9.8545	9.8469	9.8391	9.8311	9.8227	9.8140	20
21	20	55	87	16	44	68	90	09	25	39	21
22	19	53	86	15	42	67	89	08	24	37	22
23	18	52	84	14	41	66	87	06	23	36	23
24	17	51	83	13	40	64	86	05	21	34	24
25	9.8816	9.8750	9.8682	9.8612	9.8539	9.8463	9.8385	9.8304	9.8220	9.8133	25
26	15	49	81	10	37	62	83	02	18	31	26
27	14	48	80	09	36	60	82	01	17	30	27
28	13	47	79	08	35	59	81	9.8300	15	28	28
29	12	46	77	07	34	58	79	9.8298	14	27	29
30	9.8810	9.8745	9.8676	9.8606	9.8532	9.8457	9.8378	9.8297	9.8213	9.8125	30
31	09	43	75	04	31	55	77	95	11	24	31
32	08	42	74	03	30	54	75	94	10	22	32
33	07	41	73	02	29	53	74	93	08	21	33
34	06	40	72	01	27	51	73	91	07	20	34
35	9.8805	9.8739	9.8671	9.8600	9.8526	9.8450	9.8371	9.8290	9.8205	9.8118	35
36	04	38	69	9.8598	25	49	70	89	04	17	36
37	03	37	68	97	24	48	69	87	03	15	37
38	02	36	67	96	22	46	67	86	01	14	38
39	01	34	66	95	21	45	66	84	9.8200	12	39
40	9.8800	9.8733	9.8665	9.8594	9.8520	9.8444	9.8365	9.8283	9.8198	9.8111	40
41	9.8799	32	64	92	19	42	63	82	97	09	41
42	97	31	62	91	17	41	62	80	95	08	42
43	96	30	61	90	16	40	61	79	94	06	43
44	95	29	60	89	15	39	59	77	93	05	44
45	9.8794	9.8728	9.8659	9.8588	9.8514	9.8437	9.8358	9.8276	9.8191	9.8103	45
46	93	27	58	86	12	36	57	75	90	02	46
47	92	25	57	85	11	35	55	73	88	9.8100	47
48	91	24	55	84	10	33	54	72	87	9.8099	48
49	90	23	54	83	09	32	53	70	85	97	49
50	9.8789	9.8722	9.8653	9.8582	9.8507	9.8431	9.8351	9.8269	9.8184	9.8096	50
51	88	21	52	80	06	29	50	68	82	94	51
52	87	20	51	79	05	28	49	66	81	93	52
53	85	19	50	78	04	27	47	65	80	91	53
54	84	18	48	77	02	26	46	64	78	90	54
55	9.8783	9.8716	9.8647	9.8575	9.8501	9.8424	9.8345	9.8262	9.8177	9.8088	55
56	82	15	46	74	9.8500	23	43	61	75	87	56
57	81	14	45	73	9.8499	22	42	59	74	85	57
58	80	13	44	72	97	20	41	58	72	84	58
59	79	12	42	71	96	19	39	57	71	82	59
60	9.8778	9.8711	9.8641	9.8569	9.8495	9.8418	9.8338	9.8255	9.8169	9.8081	60
	40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	

Tables des versines naturels et de leurs logarithmes :

Les tables sont construites pour un argument variant de 0° à 180° (ou de 0 h à 12 h). La table, de même à simple entrée, se présente comme ci-dessous :

VERSINES

Arc	Sec	78°		79°		80°		81°		82°		83°		Sec
		LOG.	NAT.	LOG.	NAT.	LOG.	NAT.	LOG.	NAT.	LOG.	NAT.	LOG.	NAT.	
0	0	5 ^H 12 ^M		5 ^H 16 ^M		5 ^H 20 ^M		5 ^H 24 ^M		5 ^H 28 ^M		5 ^H 32 ^M		0
1	4	9'8088	7921	9'9081	8092	9'9172	8264	9'9261	8436	9'9349	8608	9'9436	8781	60
2	8	89	24	82	95	73	66	63	39	51	11	37	84	56
3	12	91	27	84	8098	75	69	64	41	52	14	38	87	52
4	16	92	29	85	8100	76	72	66	44	54	17	40	90	48
5	20	94	32	87	03	78	75	67	47	55	20	41	93	44
6	24	9'8996	7935	9'9088	8106	9'9179	8278	9'9269	8450	9'9356	8623	9'9443	8796	40
7	28	97	38	90	09	81	81	70	53	58	26	44	8799	36
8	32	9'8999	41	91	12	82	84	72	56	59	28	46	8802	32
9	36	9'9000	44	93	15	84	86	73	59	61	31	47	04	28
10	40	02	46	94	18	85	89	74	62	62	34	48	07	24
11	44	9'9003	7949	9'9096	8120	9'9187	8292	9'9276	8464	9'9364	8637	9'9450	8810	20
12	48	05	52	97	23	88	95	77	67	65	40	51	13	16
13	52	06	55	9'9099	26	90	8298	79	70	67	43	53	16	12
14	56	08	58	9'9100	29	91	8301	80	73	68	45	54	19	8
15	0	10	61	02	32	93	04	82	76	69	49	56	* 22	4
15	0	13	7964	17	8135	21	8307	25	8479	29	8651	33	8825	0
16	4	9'9011	47	9'9103	43	9'9194	39	9'9283	35	9'9371	31	9'9457	27	0
17	8	13	66	05	38	06	09	85	82	72	54	58	28	56
18	12	14	69	06	40	07	12	86	85	74	57	60	30	52
19	16	16	72	08	43	9'9199	15	88	87	75	60	61	33	48
20	20	17	75	10	46	9'9200	18	89	90	77	63	63	36	44
21	24	9'9019	7978	9'9111	8149	9'9202	8321	9'9291	8493	9'9378	8666	9'9464	8839	40
22	28	20	81	13	52	03	24	92	66	80	69	65	42	36
23	32	22	84	14	55	05	27	94	8499	81	72	67	45	32
24	36	23	86	16	58	06	29	95	8502	82	75	68	48	28
25	40	25	89	17	60	08	32	97	05	84	77	70	51	24
26	44	9'9027	7992	9'9119	8163	9'9209	8335	9'9298	8508	9'9385	8680	9'9471	8854	20
27	48	28	95	20	66	11	38	9'9299	10	87	83	73	56	16
28	52	30	7998	22	69	12	41	9'9301	13	88	86	74	59	12
29	56	31	8001	23	72	14	44	02	16	90	89	75	62	8
30	0	33	03	25	75	15	47	15	19	91	92	77	65	4
30	0	14	8006	18	8178	22	8350	26	8522	30	8695	34	8868	0
31	4	9'9034	46	9'9126	42	9'9217	38	9'9305	34	9'9393	30	9'9478	26	0
32	8	36	09	28	81	18	52	07	25	94	8698	80	71	56
33	12	37	12	29	83	20	55	08	28	95	8701	81	74	52
34	16	39	15	31	86	21	58	10	31	97	03	82	77	48
35	20	41	18	32	89	23	61	11	33	9'9395	06	84	80	44
36	24	9'9042	8021	9'9134	8192	9'9224	8364	9'9313	8536	9'9400	8709	9'9485	8882	40
37	28	44	23	35	95	26	67	14	39	01	12	87	85	36
38	32	45	26	37	8198	27	70	16	42	03	15	88	88	32
39	36	47	29	38	8201	29	72	17	45	04	18	90	91	28
40	40	48	32	40	03	30	75	19	48	06	21	91	94	24
41	44	9'9050	8035	9'9141	8206	9'9232	8378	9'9320	8551	9'9407	8724	9'9492	8897	20
42	48	51	38	43	09	33	81	21	54	08	26	94	8900	16
43	52	53	41	44	12	34	84	23	56	10	29	95	03	12
44	56	54	43	46	15	36	87	24	59	11	32	97	06	8
45	0	56	46	48	18	37	90	26	62	13	35	98	08	4
45	0	15	8049	19	8221	23	8393	27	8565	31	8738	35	8911	0
46	4	9'9057	45	9'9149	41	9'9239	37	9'9327	33	9'9414	29	9'9499	25	0
47	8	59	52	51	23	40	95	29	68	16	41	9'9501	14	56
48	12	61	55	52	26	42	8398	30	71	17	44	02	17	52
49	16	62	58	54	29	43	8401	32	74	18	47	04	20	48
50	20	64	61	55	32	45	04	33	77	20	50	05	23	44
51	24	9'9065	8063	9'9157	8235	9'9246	8407	9'9335	8579	9'9421	8752	9'9506	8926	40
52	28	67	66	58	38	48	10	36	82	23	55	08	29	36
53	32	68	69	60	41	49	13	38	85	24	58	09	32	32
54	36	70	72	61	43	51	16	39	88	26	61	11	34	28
55	40	71	75	63	46	52	18	40	91	27	64	12	37	24
56	44	9'9073	8078	9'9164	8249	9'9254	8421	9'9342	8594	9'9428	8767	9'9513	8940	20
57	48	74	80	66	52	55	24	43	8597	30	70	15	43	16
58	52	76	83	67	55	57	27	45	8600	31	73	16	46	12
59	56	77	86	69	58	58	30	46	03	33	76	18	49	8
60	0	79	89	70	61	60	33	48	05	34	78	19	52	4
60	0	9'9081	8092	9'9172	8264	9'9261	8436	9'9349	8608	9'9436	8781	9'9521	8955	0
		18 ^H 44 ^M		18 ^H 40 ^M		18 ^H 36 ^M		18 ^H 32 ^M		18 ^H 28 ^M		18 ^H 24 ^M		0

Utilisation :

Calcul de la hauteur estimée :

Si on appelle N_e la distance zénithale estimée, la formule en cosinus-versine² donne :

$$\text{vers}N_e = \text{vers}(\varphi_e - D) + \cos \varphi_e \cdot \cos D \cdot \text{vers}P_e = \text{vers}(\varphi_e - D) + \text{vers}\theta$$

² Voir démonstration et explications sur la fiche « Formule en cosinus versine et haversine ».

La méthode consiste donc à calculer d'abord par logarithmes $\text{vers}\theta$, puis à additionner les deux versines naturels pour obtenir $\text{vers}N_e$ et enfin à extraire N_e (calcul déjà détaillé avec les Requisite Tables ou les tables de Dieumegard). Ce calcul n'appelle pas de remarques particulières.

Calcul de l'azimut :

Il est naturellement préférable (et surtout plus rapide) de calculer l'azimut avec un outil dédié (table ou abaque). Néanmoins, il est possible d'utiliser les tables de Hall.

Partant de la formule fondamentale appliquée au côté PA du triangle de position (de mesure $90^\circ - D = \Delta$, distance polaire) et à l'angle en Z :

$$\cos \Delta = \sin \varphi_e \cdot \sin H_e + \cos \varphi_e \cdot \cos H_e \cdot \cos Z$$

On obtient, par une démonstration analogue à celle faite pour la formule de la distance zénithale :

$$\text{vers}\Delta = \text{vers}(\varphi_e - H_e) + \cos \varphi_e \cdot \cos H_e \cdot \text{vers}Z$$

d'où :

$$\text{vers}Z = \frac{\text{vers}\Delta - \text{vers}(\varphi_e - H_e)}{\cos \varphi_e \cdot \cos H_e} = \frac{\text{vers}\beta}{\cos \varphi_e \cdot \cos H_e}$$

Le calcul consiste de même à évaluer $\text{vers}\beta$ par différence des deux versines naturels puis de calculer par logarithmes $\text{vers}Z$ d'où l'on extraira ensuite Z . Dans le calcul, on pourra se limiter à 3 décimales.

L'angle Z trouvé est compris entre 0° et 180° ; il est compté à partir du pôle pris pour référence (élevé ou pôle N selon la convention adoptée), vers l'E ou l'W suivant la valeur de l'angle horaire local.

Le calcul est sans ambiguïté (on se souviendra qu'un versine est toujours positif et que cette fonction est paire).

Exemple :

Les extraits de tables ne sont pas représentés. On les reconstituera facilement à l'aide d'une calculette. S'agissant de tables à 4 décimales, la hauteur estimée sera prise à la minute ronde la plus proche, sans interpolation (voir l'analyse faite conjointement à l'étude des tables de J.-B. Dieumegard).

Les données sont les suivantes : $AH_{ag_e} = P_e = 22^\circ 16'$, $\varphi_e = 30^\circ 37' N$, $D = 19^\circ 23' N$.

Calcul de la hauteur estimée :

$P_e =$	$22^\circ 16,0'$	$\log\text{vers}P_e =$	$8,8726$		
$\phi_e =$	$30^\circ 37,0'$	$\log\cos\phi_e =$	$9,9348$		
$D =$	$19^\circ 23,0'$	$\log\cos D =$	$9,9747$		
$\phi_e - D =$	$11^\circ 14,0'$	$\log\text{vers}\theta =$	$8,7821$		
		$\text{vers}\theta =$	$0,0605$		
		$\text{vers}(\phi_e - D) =$	$0,0192$		
		$\text{vers}N_e =$	$0,0797$		
		$N_e =$	$23^\circ 02'$	\rightarrow	$H_e = 66^\circ 58'$

Calcul de l'azimut :

$\Delta = 90^\circ - D = 70^\circ 37'$; le pôle N est le pôle élevé ; l'angle horaire local est inférieur à 180° ; l'azimut est donc compté à partir du N vers l'W.

$\phi_e =$	$30^\circ 37,0'$	$\log\cos\phi_e =$	$9,935$	$\log\text{vers}\beta =$	$9,675$
$H_e =$	$66^\circ 58,0'$	$\log\cos H_e =$	$9,593$	- somme =	$-9,528$
$\phi_e - H_e =$	$36^\circ 21,0'$	somme =	$9,528$	$\log\text{vers}Z =$	$0,147$
		$\text{vers}\Delta =$	$0,668$	Z =	N114°W
		$\text{vers}(\phi_e - H_e) =$	$0,195$		
		$\text{vers}\beta =$	$0,473$		

L'azimut est finalement $Z = 246^\circ$.

Commentaires :

Les tables de W. Hall constituent un opuscule pratique et agréable à utiliser qui préfigure les tables de J.-B. Dieumegard (vers 1930) ainsi que les tables à 4 décimales de Burton (vers 1944).

La précision du calcul est celle des tables de J.-B. Dieumegard dont l'analyse a été faite dans la fiche correspondante.

Peu connues en France, les tables de W. Hall, rattachées au traité de Raper, sont largement citées, par R. Ch. Duval dans son article « Contribution à l'histoire de la droite de hauteur » paru dans la revue de l'Institut Français de Navigation en 1955³.

³ Revue Navigation, volume III, n° 11 et 12 de juillet et octobre 1955.