

HUGHES' TABLES
for
SEA and AIR NAVIGATION

Leslie J. COMRIE

Ce recueil de tables a été mis au point par Leslie J. Comrie suite à des idées suggérées par P. V. H. Weems lors de sa visite en Angleterre en 1936, à l'occasion de la mise au point de l'édition anglaise de son ouvrage « Air Navigation ». Ces suggestions furent aussi entendues par A. J. Hughes qui, appuyé par plusieurs officiers navigants, marins et aviateurs, convainquit sa société (Henry Hughes and Son Ltd¹) du bien-fondé de la publication de ce recueil de tables.

Leslie J. Comrie² (1896-1950) est mathématicien, spécialiste de l'analyse numérique, et astronome. C'est l'un des pionniers du calcul mécanique par cartes perforées qu'il applique aux calculs astronomiques et à l'élaboration de tables numériques. Outre une intense activité d'enseignement et de recherche, L. J. Comrie a notamment rejoint HM Nautical Almanac Office à Greenwich en 1926 et en a été le « Superintendent » de 1930 à 1936.

Le recueil fut édité pour la première fois en 1938. Des réimpressions ont été publiées en 1943, 1944, 1946 et 1950.

Ce recueil de tables ne constitue pas une innovation dans le domaine des tables de navigation mais, les tables étant réunies et expliquées par un scientifique de haut niveau, spécialiste du calcul numérique, doublé d'un pédagogue, il se distingue des autres en usage courant à l'époque par la richesse de ses commentaires et instructions d'emploi.

Le volume contient environ 240 pages ; il est relativement léger (600g) et de faible encombrement (250 sur 160 mm). La préface et les instructions d'emploi sont développées sur 56 pages ; 130 pages sont consacrées aux tables spécifiques au calcul des éléments de la droite de hauteur ; les pages restantes sont dévolues à diverses tables : latitudes croissantes, table de point, logarithmes à 4 décimales, tables de conversion, tables de corrections des hauteurs.

Formulation utilisée :

Le triangle de position de l'astre, PZM, est construit à partir du pôle élevé ; la latitude, notée φ , est donc une quantité positive, inférieure à 90° . La déclinaison de l'astre, notée D, est positive si elle est de même nom que la latitude, négative dans le cas contraire.

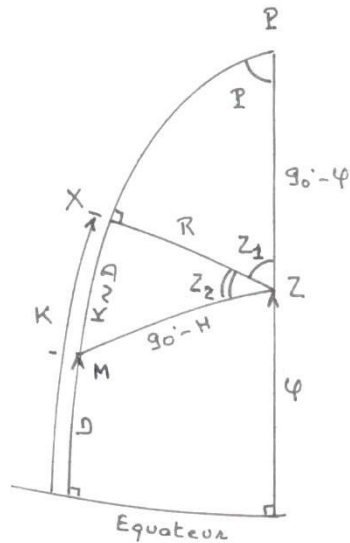
Ce triangle de position est décomposé en deux triangles sphériques rectangles en abaissant, à partir du zénith Z, la perpendiculaire sphérique ZX au méridien de l'astre. Ces triangles sont PZX et MZX.

On note R l'arc ZX et K la latitude du point X. La mesure de l'arc MX est notée $K \sim D$ qui exprime la valeur absolue de la différence algébrique entre K et D.

¹ Qui deviendra la société Kelvin & Hughes Ltd.

² Ces éléments biographiques sont extraits du site : www.columbia.edu/cu/computinghistory.

Partant de la configuration indiquée sur la figure à savoir un point X, pied de la hauteur ZX, situé entre le pôle élevé P et l'astre M, on établit, à l'aide de la règle du pentagone de Neper, les formules suivantes :



Triangle PZX :

$$\sin R = \cos \varphi \cdot \sin P \quad , \quad \cot K = \cot \varphi \cdot \cos P \quad , \quad \cot Z_1 = \sin \varphi \cdot \tan P$$

Triangle KZX :

$$\sin H = \cos R \cdot \cos(K \sim D) \quad , \quad \cot Z_2 = \sin R \cdot \cot(K \sim D)$$

Ces deux dernières formules s'écrivent :

$$\csc H = \sec R \cdot \sec(K \sim D) \quad , \quad \tan Z_2 = \csc R \cdot \tan(K \sim D)$$

On reconnaît donc ici une décomposition et des variables auxiliaires (R et K) identiques à celles choisies par Ogura et Weems et une formulation identique à celle utilisée par Dreisonstok.

Tabulation et règles de signe :

L'utilisation commode de ces tables repose sur la définition d'un point auxiliaire. Ce point a les caractéristiques usuelles suivantes : sa latitude est le nombre entier de degré le plus proche de la latitude estimée et sa longitude est telle que l'angle au pôle auxiliaire soit le nombre entier de degré le plus proche de l'angle au pôle estimé.

Pour calculer la hauteur et l'azimut, L. J. Comrie utilise trois tables :

1) Table I (voir annexe I) :

L'argument horizontal est la latitude et l'argument vertical est l'angle au pôle³. Ces deux arguments sont exprimés avec un intervalle de 1°. La latitude exprimée couvre l'intervalle [0°, 89°] et l'angle au pôle exprimé couvre l'intervalle [0°, 180°] grâce à une double échelle. A noter qu'une page de la table I est relative à un degré de latitude et, qu'avec cette disposition, l'ensemble des éléments de calcul d'un point crépusculaire figure sur la même page.

La table donne, pour chaque couple de valeur de latitude et d'angle au pôle :

- l'arc auxiliaire K en degrés, minutes et dixièmes de minute,
- la quantité $A = 10^5 \cdot \log \sec R$,
- la quantité⁴ $D = 10^3 \cdot \log \csc R$,
- l'angle Z_1 .

Lorsque l'angle au pôle est supérieur à 90°, la table donne, en 1^{re} colonne, $K' = 180^\circ - K$. Si tel est le cas, il convient de poursuivre le calcul avec $K = 180^\circ - K'$.

Les éléments fournis sont donc équivalents à ceux donnés par la table I de Dreisonstock.

2) Hauteur et Table II (voir annexe II) :

C'est une table à simple entrée donnant, avec un intervalle d'argumentation de 0,5', les quantités :

- $B = 10^5 \cdot \log \sec(\text{argument})$,
- $C = 10^5 \cdot \log \csc(\text{argument})$.

Cette table permet le calcul de :

- $10^5 \cdot \log \csc H = A + 10^5 \cdot \log \sec(K \sim D)$,
- puis de la hauteur H par lecture inverse.

A noter que, jusqu'ici, les seules règles de signe à considérer sont celles relatives à $(K \sim D) = |K - D|$ qui est une quantité positive résultant d'une différence algébrique dans laquelle K est positif (toujours du nom de la latitude) et D est positive si elle est du nom de la latitude, négative si elle est de nom contraire.

Cette table II est identique à celle utilisée dans l'ouvrage HO 211 d'Ageton.

3) Azimut et Table III (voir annexe III) :

Cette table est réservée au calcul de Z_2 . D'une manière générale, l'azimut Z est ici compté à partir du pôle élevé, de 0° à 180°. Il résulte de la somme algébrique des angles Z_1 et Z_2 . Les règles de signe sont les suivantes :

- Z_1 est positif si $P < 90^\circ$, négatif si $P > 90^\circ$,
- Z_2 est du signe de la différence algébrique $K - D$,
- dans ces conditions, on a toujours algébriquement : $Z = Z_1 + Z_2$.

³ Noté h dans la table.

⁴ A ne pas confondre ici avec la déclinaison que Comrie note d.

La table III est une table à simple entrée dont l'argument est exprimé de 0° à 90° avec un intervalle d'argumentation de 6 minutes (ou un dixième de degré) donnant $E = 10^3 \cdot \log \tan(\text{argument})$ si l'argument est supérieur à 45° et $E = 10^4 + 10^3 \cdot \log \tan(\text{argument})$ si l'argument est inférieur à 45°⁵ permettant le calcul de :

- $10^3 \cdot \log \tan Z_2 = 10^3 \cdot \log \csc R + 10^3 \cdot \log \tan(K \sim D) + [10^4 \text{ cas échéant}] = D + E$
- puis de Z_2 par lecture inverse.

La Table III est particulière au recueil de Comrie et permet le calcul de l'azimut avec une précision suffisante (1/10°).

Exemple :

Estime		Coordonnées horaires		Observation	
ϕ_e	24° 51' N	AHap	189° 31,7'	H_v	49° 58,5'
G_e	146° 29' W	D	45° 04,8' N		Deneb
AHag _e = 43° 02,7' ; P _e = 43° 02,7' W					

Point auxiliaire: $\phi_a = 25^\circ$ N, $P_a = 43^\circ$ W soit $G_a = 146^\circ 31,7'$ W.

$P_a =$	43° W	$D =$	45° 04,8' N	$A =$	10453	$D =$	209	$Z_1 =$	N 68,5°
$\phi_a =$	25° N	$K =$	32° 31,3' N	$B =$	1052	$E =$	9348	$Z_2 =$	S 19,8°
		$K \sim D =$	12° 33,5' N	$A+B =$	11505	$D+E =$	9557	$Z =$	N 48,7° W
		$H_v =$	49° 58,5'					Z =	311,3°
		$H_c =$	50° 06,5'						
		Int =	- 8,0'						

Les extraits de tables utiles figurent en annexe I, II et III.

Le calcul exact, par rapport au point auxiliaire, donne $H_c = 50^\circ 06,7'$ et une même valeur pour l'azimut.

Quelques éléments remarquables :

Nous avons relevé, au fil de la lecture de la préface et des instructions d'emploi, de nombreuses définitions, explications et remarques de L. J. Comrie ; ces éléments précisent le point de vue critique du scientifique, sur des questions qui, jusqu'alors, avaient été majoritairement traitées par des marins. Ces derniers se sont essentiellement attachés à concevoir un outil qui allie sûreté, rapidité et précision de calcul sans parfois trop s'embarrasser, dans leurs textes de présentation, de détails théoriques dont la bonne compréhension peut, par ailleurs, faire appel à une culture mathématique étendue ; Comrie vient ici donner sa leçon en matière de rigueur mathématique et scientifique.

On remarque en premier lieu que l'ouvrage s'ouvre sur une liste de symboles et abréviations en usage dans les pays anglo-saxons puis sur un glossaire des principaux termes de navigation et d'astronomie nautique. L'auteur indique que ce glossaire ne saurait remplacer un livre de cours mais constitue la

⁵ Du fait de la construction de la table III, l'ajout de 10.000 est systématique dans toutes différences de logarithmes conduisant à un résultat négatif ; voir l'exemple de calcul à partir du point estimé dans cette fiche.

référence pratique à l'emploi du recueil de tables : c'est en effet un résumé de cours (ou un aide-mémoire) qui rappelle, en tant que de besoin, les formules de calcul et les règles de signe associées ; les règles d'arrondi y sont également mentionnées.

Outre ce souci de rigueur terminologique, L. J. Comrie détaille plusieurs thèmes qui concernent notamment :

- les notions de précision,
- les techniques de contrôle d'une table,
- l'usage d'un point auxiliaire et les inconvénients liés à son éloignement du point estimé,
- l'utilisation de la table à partir d'un point estimé,
- le calcul d'une orthodromie.

1) Notions de précision :

Dans sa préface, L. J. Comrie indique que le navigateur aérien travaille à 1' près et peut ainsi négliger sans hésitation l'interpolation en table II tandis que le marin travaille, lui, ordinairement à 0,1' près sans que ce ne soit réellement justifié. Comrie propose l'adoption d'un nouveau niveau standard de précision qui pourrait être, pour les marins, de 0,5'. La déclinaison et K, issu de la table I, pourrait être pris, comme à présent, au 1/10 de minute près mais K~D pourrait être arrondi à la demi-minute ronde la plus proche et toutes les interpolations en table II supprimées. Comrie indique que la hauteur ainsi calculée ne différerait pas de plus de 0,4' de la hauteur calculée rigoureusement avec toutes ses décimales.

Dans l'instruction d'emploi, suite à plusieurs exemples, Comrie indique, sous forme de note qu'il a effectué dans les exemples les diverses interpolations mais que le fait de les négliger conduirait :

- à une erreur maximale sur la hauteur de 0,2' si on néglige la seule interpolation sur K~D,
- à une erreur maximale sur la hauteur de 0,4' si, de plus, on extrait H_c de la table II sans interpolation à la demi-minute près⁶.

2) Techniques de contrôle d'une table :

Comrie formule ensuite plusieurs observations sur la construction des tables en indiquant qu'à l'origine, il était proposé qu'il reprenne en table I les éléments K et A fournis par Weems et les éléments D et Z_1 fournis par Dreisonstok. Après analyse et comparaisons entre de multiples tables en usage (Aquino, Dreisonstok, Gingrich, Ogura, Pinto, Smart and Shearme et Weems⁷), Comrie s'est aperçu que, à l'exception des tables d'Aquino, aucune d'entre elles n'était rigoureusement fiable⁸. Suite à l'utilisation de procédés de vérification, Comrie a repris l'ensemble des calculs et présente des tables dans lesquelles « ... *error is less than one unit of the last decimal in K and A, and less than half a unit in D and Z_1 ...* ».

Les procédés de vérification dont il s'agit sont extrêmement simples comme par exemple concernant la table I, où les entrées sont φ et P et où sont calculés, à partir de la formule $\sin R = \cos \varphi \cdot \sin P$, les

⁶ Valeurs à rapprocher de celles présentées en annexe II Ogura.

⁷ Ensemble des auteurs cités par Comrie.

⁸ Comrie utilise l'adjectif « fiable ».

valeurs notées A et D égales, au facteur 10^5 (ou 10^3) près, aux logarithmes de la sécante et de la cosécante de R. On doit en effet retrouver des valeurs rigoureusement identiques par permutation des variables affectées de valeurs simultanément complémentaires. Par exemple, pour $\varphi = 20^\circ$ et $P = 30^\circ$, nous avons $A = 5416$ et $D = 328$. On retrouve ces valeurs pour $\varphi = 60^\circ$ et $P = 70^\circ$.

Le même genre de procédé s'étend aux contrôles de K et de Z_1 :

$$\cot K = \cot \varphi \cdot \cos P \quad , \quad \cot Z_1 = \tan P \cdot \sin \varphi$$

Il est clair qu'en substituant aux valeurs de φ et de P de la première équation leurs compléments respectifs dans la seconde équation (et dans le même ordre des opérateurs), on arrivera aux mêmes résultats. Par exemple :

φ	P	K	A	D	Z_1
32°	34°	$37^\circ 00,4'$	5532	324	$70,3^\circ$
$56^\circ = 90^\circ - 34^\circ$	$58^\circ = 90^\circ - 32^\circ$	$70^\circ 19,9'$	5532	324	$37,0^\circ$

Un écart dans les résultats permet de détecter une erreur et à reprendre le calcul avec une table de logarithmes dont le nombre de décimales exprimées est suffisant (au moins 7, voir ci-dessous).

La table II a été comparée avec les résultats de tables de logarithmes à 7 et 8 décimales et la table présentée est « ... *correct to the last decimal*. » Il compare ensuite sa table II à celle d'Ageton (HO 211) et y met en évidence des inexactitudes⁹ qui permettent à Comrie de déduire qu'Ageton a effectué ses calculs avec une table de logarithmes à 6 décimales. En effet, ces dernières ne permettent pas de déterminer avec certitude si un « 5 » en 6^e décimale doit être arrondi, en 5^e décimale, au-dessus ou au-dessous.

Exemple : les deux logarithmes de la colonne de gauche s'arrondissent identiquement à 6 décimales ce qui pourrait conduire à écrire, à 5 décimales, 0,78645.

7 décimales	6 décimales	5 décimales
0,7864445	0,786445	0,78644 (arrondi au-dessous)
0,7864454	0,786445	0,78645 (arrondi au-dessus)

La connaissance de la valeur à 7 décimales permet de faire les arrondis corrects à 5 décimales.

3) Point auxiliaire :

Il a été mis en évidence¹⁰ que le point auxiliaire peut se trouver à relativement grande distance du point estimé (environ 42 milles au maximum dans le cas de l'usage des présentes tables) ce qui peut conduire à trouver un point observé éloigné du point déterminatif. Cet éloignement peut être à l'origine d'un écart, plus ou moins acceptable, entre droite (lieu supposé du navire sur la carte) et courbe de hauteur (lieu réel) au voisinage de la position observée. Pour énoncer une règle de limite de validité, L. J. Comrie s'appuie sur les travaux¹¹ de W. M. Smart paru en mai 1919 dans la revue de la Royal Astronomical Society et, considérant les difficultés de l'observation précise à la mer, conclut

⁹ Inexactitudes sans réelles conséquences en pratique comme le précise Comrie.

¹⁰ L'expression de la distance entre points estimé et auxiliaire a été établie dans plusieurs fiches, notamment celle consacrée aux tables de Souillagouët.

¹¹ Travaux à rapprocher (mais la méthode est différente) de ceux relatifs aux limites d'utilisation d'une droite de hauteur ; voir la fiche dédiée. Voir également les travaux de l'Amiral Perrin.

que l'utilisation d'un point auxiliaire n'est pas source d'erreur significative tant que la hauteur observée n'excède pas 75°.

Si la hauteur est supérieure à 75°, et si les différences de latitude et de longitude entre points estimé et auxiliaire sont supérieures à 20', Comrie conseille d'effectuer les calculs à partir du point estimé selon une formulation particulière.

Remarque : la règle énoncée peut se retenir si le point observé est relativement proche du point estimé ; si tel n'est pas le cas, il convient de contrôler que les conditions de substitution de la droite à la courbe, au voisinage du point observé, sont bien vérifiées.

4) Calculs à partir du point estimé :

L. J. Comrie cite brièvement le calcul par la formule en cosinus-haversine d'usage courant en Grande Bretagne et la méthode d'Ageton¹² de 1931 (avec l'inconvénient que l'on lui connaît et que Comrie rappelle) puis présente une formulation basée sur la décomposition du triangle de position selon la hauteur sphérique issue de Z (voir figure page 2), directement utilisable avec ses tables.

La formulation s'établit en utilisant la règle du pentagone de Neper puis en utilisant exclusivement les fonctions sécante, cosécante et tangente dont les logarithmes sont tabulés dans les tables II et III. Cette formulation est la suivante :

$$\csc R = \sec \varphi \cdot \csc P \quad ; \quad \csc K = \frac{\csc \varphi}{\sec R} \quad ; \quad \csc H_c = \sec R \cdot \sec(K \sim D)$$

$$\tan Z_1 = \frac{\csc \varphi}{\tan P} \quad ; \quad \tan Z_2 = \csc R \cdot \tan(K - D)$$

L'ensemble des éléments R, K, H_c, Z₁ et Z₂ se calculent ensuite par logarithmes. L'exemple ci-dessous, basé sur les données de l'application traitée en page 4, montre que le calcul est relativement laborieux.

Estime		Coordonnées horaires		Observation	
φ _e	24° 51' N	AHap	189° 31,7'	H _v	49° 58,5'
G _e	146° 29' W	D	45° 04,8' N		Deneb
AHag _e = 43° 02,7' ; P _e = 43° 02,7' W					

φ _e = 24° 51' N	logcscφ _e = 37650	logsecφ _e = 4220	logcscφ _e = 10377
P _e = 43° 02,7'		+logcscP _e = 16588	-logtanP _e = 9970
	-logsecR = 10505	logcscR = 20808	logtanZ ₁ = 407
K = 32° 21,5'	logcscK = 27145		
D = 45° 04,8'	logsecR = 10505		Z ₁ = N68,6°
K~D = 12° 43,3'	+logsec(K-D) = 1080		
	logcscH _c = 11585	H _c = 49° 59,0'	logcscR = 208
		H _v = 49° 58,5'	+logtan(K-D) = 9353
		Int = - 0,5'	logtanZ ₂ = 9561
		Z = Z ₁ + Z ₂ = N48,6°W	Z ₂ = S20,0°

On note qu'il a fallu ajouter 10.000 au « logcscφ_e » pour obtenir une différence positive.

¹² Voir la publication HO 211.

Le calcul exact, par rapport au point estimé donne He = 49° 58,9' et Z = 311,4° (N48,6°W).

5) Calcul d'une orthodromie :

Le problème est ici présenté de façon très théorique. Après avoir défini l'arc de grand cercle passant par un point de départ A et un point d'arrivée B et précisé les symboles utilisés, L. J. Comrie se fixe comme objectif le calcul :

- de l'angle de route au départ en A¹³,
- des coordonnées de points régulièrement espacés sur l'arc d'orthodromie,
- de la route à suivre pour aller d'un point de l'arc d'orthodromie au suivant.

La formulation présentée ne comporte que les fonctions sécante, cosécante et tangente de façon à utiliser les tables II et III exclusivement. Cette formulation est construite sur la décomposition du triangle PAB (P étant un pôle terrestre) en deux triangles rectangles en menant les hauteurs issues de A ou de B.

Les points de l'orthodromie dont il s'agit de calculer les coordonnées sont fixés par leurs distances les uns des autres (par exemple tous les 300 milles – ou 5°- à partir du point de départ).

L. J. Comrie se livre ensuite à une longue analyse mathématique sur les différences successives entre coordonnées de ces points dans un but de vérification des calculs. Cette analyse, appliquée aux angles de route au départ¹⁴ de chaque point, permet de déterminer la route moyenne à suivre entre deux points calculés de l'orthodromie.

Comme nous l'avons indiqué, le problème est analysé sous un angle très théorique ; les éléments essentiels que sont pour le marin la distance orthodromique et la position du vertex, notamment sa latitude pour des raisons météorologiques, sont occultés. Notons ici que le calcul classique, en utilisant les formules générales dans le triangle sphérique PAB, est beaucoup plus expéditif.

Autres tables :

Plusieurs autres tables figurent dans le recueil de L. J. Comrie. Sans en faire une étude dans le détail, il a paru intéressant de donner quelques indications sur quelques-unes d'entre elles.

1) Table des latitudes croissantes :

Cette table donne les latitudes croissantes, à intervalle d'une minute, pour des latitudes variant de 0° à 80°. Les valeurs sont calculées pour l'ellipsoïde de Clarke de 1880. La formule de calcul est la suivante :

$$\Lambda = 7915,7045 \cdot \log \tan \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) - 23,4285 \cdot \sin \varphi + 0,0133 \sin(3\varphi)$$

Expression dans laquelle Λ est exprimée en minutes.

¹³ Voir note ci-dessous.

¹⁴ L'angle de route au départ d'un point est l'angle formé en ce point par la tangente à l'orthodromie et le méridien.

2) Tables de correction des hauteurs :

Les tables de correction des hauteurs sont calculées selon les dernières théories de l'époque et font l'objet d'explications détaillées. Six tables figurent dans le recueil parmi lesquelles L. J. Comrie distingue :

- des tables calculées au dixième de minute près à l'usage des marins qui observent avec un « marine sextant » ainsi que des hydrographes et géodésiens utilisant une théodolite,
- des tables calculées à la minute près à l'usage des aviateurs utilisant un sextant à bulle.

L. J. Comrie met en garde contre certains usages expéditifs relatifs au calcul d'une correction globale en fonction de l'élévation de l'œil et de la hauteur observée :

« The practice of giving altitude correction tables in double-entry form, in which one argument is, the altitude, and the other the eight of eye has grown up during the last century. While it is possible to compute a table correctly in this form, this does not appear to have been done, as compilers have lost sight of the fact that an observed altitude must be corrected for dip *before* the altitude is used as an argument for refraction. The effect of this oversight is negligible at small heights of eye and moderate or large altitudes, but is not negligible when the eight of eye approaches 100 feet (or more in aircraft) and the altitude is small ... »

En conséquence, ses tables amènent à effectuer le calcul des corrections en plusieurs étapes :

- calcul de la dépression apparente de l'horizon, en fonction de l'élévation de l'œil,
- calcul de la correction relative à la réfraction moyenne, la parallaxe et le demi-diamètre,
- correction de température et de pression (le cas échéant).

Les tables de correction des hauteurs du Nautical Almanac d'aujourd'hui sont de conception très voisine de celles figurant dans le recueil de Comrie.

Commentaire final :

Il s'agit d'un ouvrage de référence dont la tabulation, précise et justement contrôlée, permet l'exécution facile de la méthode d'Ogura pour le calcul de la hauteur ; le résultat est précis, sans avoir à interpoler. Les tables présentées permettent également l'exécution de tous les calculs nautiques usuels, parfois au prix d'une certaine lourdeur due à l'emploi des seules fonctions sécante, cosécante et tangente.

Un soin tout particulier a été apporté à la typographie en utilisant des caractères adaptés et en respectant des espaces suffisants pour que l'œil puisse isoler sans ambiguïté le groupe numérique recherché.

Dans un hommage à L. J. Comrie prononcé après sa mort en 1950, D. H. Sadler, alors superintendent du Nautical Almanac Office, indique que les « Hughes Tables for Sea and Air Navigation » sont « ... *probably the finest book of navigational tables of their type.* »¹⁵

¹⁵ Voir Ch. Cotter « A History of Nautical Astronomy », page 334.

ANNEXE I

EXTRAIT TABLE I

26

TABLE I—LATITUDE 25°

<i>h</i>	<i>K</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>Z</i> ₁		<i>h</i>	<i>K</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	<i>Z</i> ₁	
0	25 00.0	0.0	—	90.0	180	45	33 24.2	11483	193	67.1	135
1	25 00.2	5.4	1801	89.6	179	46	33 52.4	12018	186	66.4	134
2	25 00.8	21.7	1500	89.2	178	47	34 21.7	12565	179	65.6	133
3	25 01.8	48.9	1324	88.7	177	48	34 52.3	13125	172	64.9	132
4	25 03.2	87.0	1199	88.3	176	49	35 24.2	13699	165	64.1	131
5	25 05.0	135.9	1102	87.9	175	50	35 57.5	14284	158	63.3	130
6	25 07.2	195.8	1023	87.5	174	51	36 32.2	14882	152	62.4	129
7	25 09.9	266.5	957	87.0	173	52	37 08.4	15493	146	61.6	128
8	25 12.9	348.3	899	86.6	172	53	37 46.2	16115	140	60.7	127
9	25 16.4	440.9	848	86.2	171	54	38 25.6	16750	135	59.8	126
10	25 20.3	544.7	803	85.7	170	55	39 06.6	17396	129	58.9	125
11	25 24.6	659.3	762	85.3	169	56	39 49.5	18053	124	57.9	124
12	25 29.3	785	725	84.9	168	57	40 34.2	18721	119	56.9	123
13	25 34.5	922	691	84.4	167	58	41 20.8	19400	114	55.9	122
14	25 40.1	1070	659	84.0	166	59	42 09.4	20088	110	54.9	121
15	25 46.2	1229	630	83.5	165	60	43 00.2	20786	105	53.8	120
16	25 52.7	1399	602	83.1	164	61	43 53.1	21492	101	52.7	119
17	25 59.7	1581	577	82.6	163	62	44 48.4	22206	97	51.5	118
18	26 07.1	1774	553	82.2	162	63	45 46.0	22927	93	50.3	117
19	26 15.1	1978	530	81.7	161	64	46 46.1	23654	89	49.1	116
20	26 23.5	2194	509	81.3	160	65	47 48.8	24385	85	47.8	115
21	26 32.5	2421	488	80.8	159	66	48 54.2	25119	82	46.5	114
22	26 41.9	2659	469	80.3	158	67	50 02.4	25855	79	45.1	113
23	26 51.9	2910	451	79.8	157	68	51 13.4	26592	76	43.7	112
24	27 02.5	3171	433	79.3	156	69	52 27.4	27327	73	42.2	111
25	27 13.6	3445	417	78.9	155	70	53 44.5	28058	70	40.7	110
26	27 25.3	3730	401	78.4	154	71	55 04.7	28783	67	39.2	109
27	27 37.5	4028	386	77.8	153	72	56 28.1	29500	65	37.6	108
28	27 50.4	4337	371	77.3	152	73	57 54.8	30206	62	35.9	107
29	28 03.9	4658	357	76.8	151	74	59 24.7	30898	60	34.2	106
30	28 18.0	4991	344	76.3	150	75	60 58.1	31573	58	32.4	105
31	28 32.8	5336	331	75.8	149	76	62 34.8	32229	56	30.5	104
32	28 48.3	5694	319	75.2	148	77	64 14.8	32862	54	28.6	103
33	29 04.5	6064	307	74.7	147	78	65 58.2	33468	52	26.7	102
34	29 21.4	6446	295	74.1	146	79	67 44.8	34043	51	24.7	101
35	29 39.1	6841	284	73.5	145	80	69 34.5	34585	49	22.6	100
36	29 57.5	7247	274	72.9	144	81	71 27.3	35089	48	20.5	99
37	30 16.8	7667	263	72.3	143	82	73 22.9	35552	47	18.4	98
38	30 36.9	8100	253	71.7	142	83	75 21.2	35970	46	16.2	97
39	30 57.9	8545	244	71.1	141	84	77 21.9	36341	45	14.0	96
40	31 19.8	9003	235	70.5	140	85	79 24.8	36660	44	11.7	95
41	31 42.6	9473	226	69.8	139	86	81 29.5	36925	44	9.4	94
42	32 06.4	9956	217	69.2	138	87	83 35.8	37133	43	7.1	93
43	32 31.3	10453	209	68.5	137	88	85 43.2	37284	43	4.7	92
44	32 57.2	10961	201	67.8	136	89	87 51.4	37375	43	2.4	91
45	33 24.2	11483	193	67.1	135	90	90 00.0	37405	43	0.0	90
	180° - <i>K</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	- <i>Z</i> ₁	<i>h</i>		180° - <i>K</i>	<i>A</i>	<i>D</i>	- <i>Z</i> ₁	<i>h</i>

ANNEXE II EXTRAITS TABLE II

TABLE II

112

112	120°			125°			130°			135°			140°			145°			150°		
	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600
	00.0	19193	11575	20113	10950	21066	10347	22054	9765	23078	10950	21066	10347	22054	9765	23078	10950	21066	10347	22054	9765

TABLE II

97

97	160°			165°			170°			175°			180°			185°			190°			
	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	B	C	600	
	30.0	733	73937	881	70034	1042	66466	1217	6181	1406	60140	30.0	733	73937	881	70034	1042	66466	1217	6181	1406	60140

ANNEXE III

EXTRAIT TABLE III

128

TABLE III

$K \sim d$ or Z_2	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'
	.0	.1	.2	.3	.4	.5	.6	.7	.8	.9	1.0
0	—	7242	7543	7719	7844	7941	8020	8087	8145	8196	8242
1	8242	8283	8321	8356	8388	8418	8446	8472	8497	8521	8543
2	8543	8564	8585	8604	8622	8640	8657	8674	8689	8705	8719
3	8719	8734	8747	8761	8774	8786	8799	8811	8822	8834	8845
4	8845	8855	8866	8876	8886	8896	8906	8915	8924	8933	8942
5	8942	8951	8959	8967	8976	8984	8991	8999	9007	9014	9022
6	9022	9029	9036	9043	9050	9057	9063	9070	9076	9083	9089
7	9089	9095	9102	9108	9114	9119	9125	9131	9137	9142	9148
8	9148	9153	9159	9164	9169	9174	9180	9185	9190	9195	9200
9	9200	9205	9209	9214	9219	9224	9228	9233	9237	9242	9246
10	9246	9251	9255	9259	9264	9268	9272	9276	9280	9285	9289
11	9289	9293	9297	9301	9305	9308	9312	9316	9320	9324	9327
12	9327	9331	9335	9339	9342	9346	9349	9353	9356	9360	9363
13	9363	9367	9370	9374	9377	9380	9384	9387	9390	9394	9397
14	9397	9400	9403	9406	9410	9413	9416	9419	9422	9425	9428
15	9428	9431	9434	9437	9440	9443	9446	9449	9452	9455	9457
16	9457	9460	9463	9466	9469	9472	9474	9477	9480	9483	9485
17	9485	9488	9491	9493	9496	9499	9501	9504	9507	9509	9512
18	9512	9514	9517	9519	9522	9525	9527	9530	9532	9535	9537
19	9537	9539	9542	9544	9547	9549	9552	9554	9556	9559	9561
20	9561	9563	9566	9568	9570	9573	9575	9577	9580	9582	9584
21	9584	9586	9589	9591	9593	9595	9598	9600	9602	9604	9606
22	9606	9609	9611	9613	9615	9617	9619	9621	9624	9626	9628
23	9628	9630	9632	9634	9636	9638	9640	9642	9644	9647	9649
24	9649	9651	9653	9655	9657	9659	9661	9663	9665	9667	9669
25	9669	9671	9673	9675	9677	9678	9680	9682	9684	9686	9688
26	9688	9690	9692	9694	9696	9698	9700	9702	9703	9705	9707
27	9707	9709	9711	9713	9715	9716	9718	9720	9722	9724	9726
28	9726	9728	9729	9731	9733	9735	9737	9738	9740	9742	9744
29	9744	9746	9747	9749	9751	9753	9754	9756	9758	9760	9761
30	9761	9763	9765	9767	9768	9770	9772	9774	9775	9777	9779
31	9779	9780	9782	9784	9786	9787	9789	9791	9792	9794	9796
32	9796	9797	9799	9801	9803	9804	9806	9808	9809	9811	9813
33	9813	9814	9816	9817	9819	9821	9822	9824	9826	9827	9829
34	9829	9831	9832	9834	9836	9837	9839	9840	9842	9844	9845
35	9845	9847	9848	9850	9852	9853	9855	9856	9858	9860	9861
36	9861	9863	9864	9866	9868	9869	9871	9872	9874	9876	9877
37	9877	9879	9880	9882	9883	9885	9887	9888	9890	9891	9893
38	9893	9894	9896	9897	9899	9901	9902	9904	9905	9907	9908
39	9908	9910	9911	9913	9915	9916	9918	9919	9921	9922	9924
40	9924	9925	9927	9928	9930	9931	9933	9935	9936	9938	9939
41	9939	9941	9942	9944	9945	9947	9948	9950	9951	9953	9954
42	9954	9956	9957	9959	9961	9962	9964	9965	9967	9968	9970
43	9970	9971	9973	9974	9976	9977	9979	9980	9982	9983	9985
44	9985	9986	9988	9989	9991	9992	9994	9995	9997	9998	10000

To determine the component Z_2 of the azimuth, Table III is entered with argument $K \sim d$ to obtain E , which is added to the value of D found from Table I. Z_2 is then given by entering the body of Table III with $D + E$, and reading from the argument column. It is negative if the declination has the same sign as the latitude and is numerically greater than K (which has the same sign as the latitude); otherwise it is positive. In other words, Z_2 is negative only when $K \sim d$ is formed by subtracting K from d .