

# Navigation aux Astres et aux Satellites

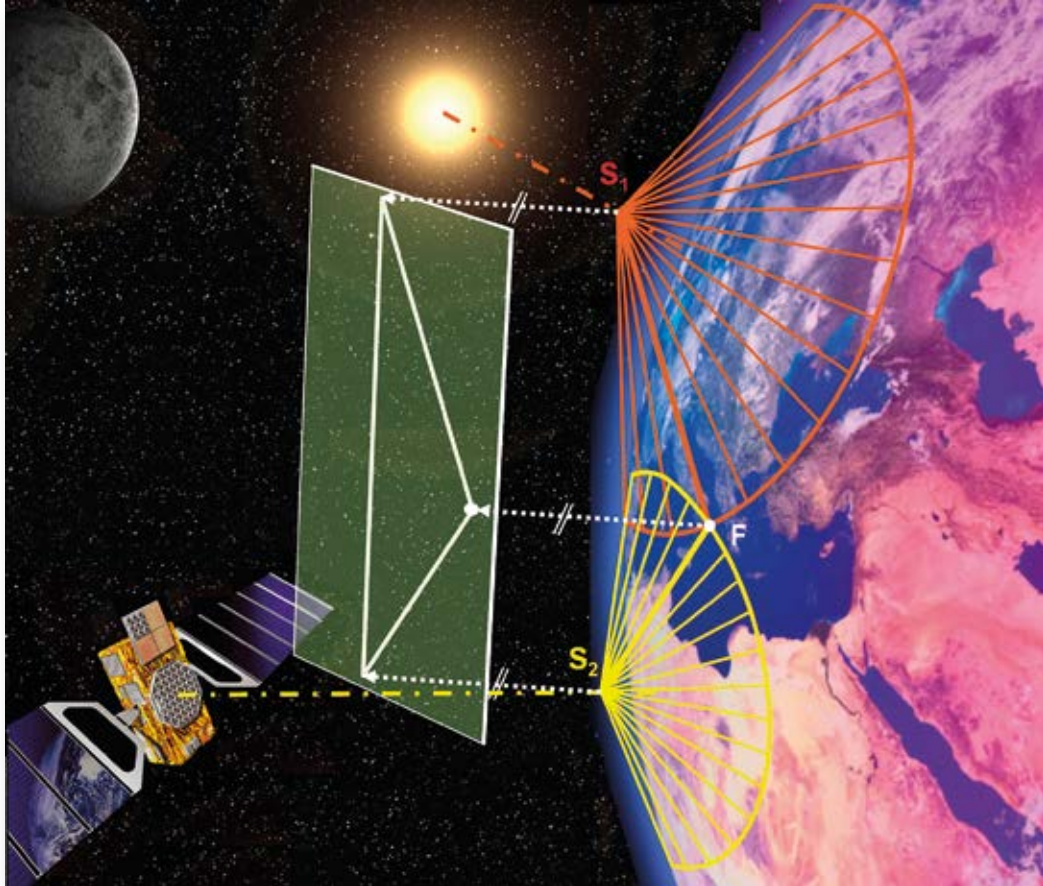
PAR LA MÉTHODE DU PLAN DES SOMMETS

---

Yves Robin-Jouan

N7 Toulouse 1970, IAE Paris 1977  
Membre IFN, ION Member

*Aux femmes de ma vie,  
en souvenir de certains déjeuners  
agrémentés de sphères, cônes et plans !*



## Remerciements

à François Lachaux, professeur et chercheur en mathématiques, ami navigateur, pour sa relecture passionnée et ses conseils éclairés ;

à Navecom et à ses clients institutionnels, qui ont directement ou indirectement supporté les travaux de R & D sous-jacents ;

à l'Institut français de navigation en général, pour son accueil bienveillant ;

à Jean-Louis Guibert, *intuitu personæ*, pour son amical soutien.

## Table des matières

Préface de l'IFN .....	8
Introduction .....	10
Chapitre 1 .....	16
<b>Raccourci historique de la Navigation et de la Mécanique Céleste</b>	
1. Un apport considérable de l'Antiquité .....	18
2. Une lente macération jusqu'à la fin de l'Âge médiéval .....	20
3. Un nouvel essor avec les grandes découvertes .....	22
4. Un effort de théorisation au XVIII <sup>e</sup> siècle .....	25
5. Une mise en œuvre opérationnelle au XIX <sup>e</sup> siècle .....	27
6. L'apogée de la navigation astronomique au XX <sup>e</sup> siècle .....	30
6.1 Perfectionnement des éphémérides et des tables .....	30
6.2 Recherche de solutions directes au problème du point .....	32
6.3 Astro-navigation en aéronautique et au-delà .....	34
7. Le foisonnement et la sophistication de l'époque contemporaine .....	36
7.1 Alternatives aux satellites .....	36
7.2 GPS et GLONASS .....	37
7.3 Les systèmes successeurs du GPS .....	39
8. La méthode du Plan des sommets dans le panorama contemporain .....	40
9. Repérage méthodologique .....	41
10. Un exemple historique de Gauss .....	42
Chapitre 2 .....	44
<b>Principes des méthodes de navigation aux amers célestes</b>	
1. Notations .....	46
2. Typologie des systèmes .....	47
3. Le triangle d'or en navigation .....	47
4. Classification des méthodes .....	49
5. Les techniques et l'art de l'estime .....	50
6. Éléments de cartographie .....	52
7. Identification et éphémérides .....	55
8. Dimensions, nature des variables et précision .....	57
9. Illustration des algorithmes de calcul .....	58
10. Limitations de la métrologie .....	59
11. Introduction de l'indicateur DOP .....	61
12. Dilution de précision en navigation satellitaire .....	62
13. Singularités de la multilatération satellitaire .....	64
14. Positionnement de la méthode du Plan des sommets .....	67

## Chapitre 3 ..... 70

### Fondements géométriques

#### de la méthode du Plan des sommets

1. Repères et coordonnées .....	72
2. Sphère de référence .....	74
3. Cercles d'isomesure .....	74
4. Introduction du Plan des sommets .....	76
5. Théorème 1 et réciproque .....	77
6. Mise en équations .....	78
7. Théorème 2 et réciproque .....	80
8. Généralisation à n observations inexactes – Théorème 3 .....	82
9. Restriction au cas de 2 observations – Théorème 4 .....	84
10. Cas canonique de point par 2 observations .....	85

## Chapitre 4 ..... 88

### Application de la MPS

#### à la navigation astronomique

1. Pondération des observations par leur hauteur – Étape de prédiction .....	90
2. Restriction du problème dans le Plan des sommets – Étape de correction .....	92
3. Conséquences et commentaires .....	92
4. Cas canoniques de trois observations à chapeau équilatéral .....	94
5. Cas canoniques à chapeau non équilatéral .....	96
6. Exercice reprenant le point de Costes et Bellonte .....	99
7. Généralisation à un chapeau quelconque .....	100
8. Restriction à deux observations .....	101
9. Cas canonique du « carré de Guinée », à quatre observations .....	102
10. Première approche statistique en fonction du nombre d'observations .....	103

## Chapitre 5 ..... 106

### Singularités en navigation astronomique

#### et traitement par la MPS

1. Approche globale du problème des singularités .....	108
1.1 Singularités extrinsèques .....	108
1.2 Singularités intrinsèques .....	109
2. Classification et modèles associés aux singularités astronomiques .....	109
2.1 Première espèce .....	110
2.2 Deuxième espèce .....	110
3. Description des singularités par la méthode du Plan des sommets .....	110
4. Notion de DOP astronomique .....	113
5. Formulation analytique du DOP astronomique .....	113
6. Interprétation géométrique du DOP astronomique .....	114
7. Interprétation géométrique des cas de singularités .....	115
8. Calcul analytique des DOP avec trois astres – Singularités extrinsèques .....	116
9. Calcul analytique du HDOP avec n astres – Singularités intrinsèques .....	117
10. Traitement des dégénérescences par la méthode du Plan des sommets .....	120
11. Exercice sur un cas test proche d'une singularité de 1 <sup>re</sup> espèce .....	122
12. Exercice sur un cas test de circumzénithales .....	123

Chapitre 6 ..... 124

**Informatisation de la MPS**

**Logiciels à l'usage des navigateurs**

1. Principes et environnement de programmation	126
1.1 Critères du groupe a	126
1.2 Critères du groupe b	127
2. Présentation d'ASTROLAB	128
3. Ephémérides intégrées	129
4. Corrections des observations	131
5. Calcul du point par ASTROLAB	132
6. Tableaux édités par ASTROLAB dans un exemple	132
7. Versions du logiciel ASTROLAB	135
8. Note à propos d'Almicantarar	137
9. Aperçu de la programmation de la MPS pour satellite	138
9.1 Généralités	138
9.2 Coeur du programme de calcul MPS-SAT	139

Chapitre 7 ..... 142

**Application de la méthode MPS**

**à la navigation par satellite**

1. Reprise de la formulation	144
2. Ellipsoïde de référence WGS84	145
3. Résolution par un algorithme de relaxation	147
4. Cadrage et initialisation des variables	149
5. Résolution par un algorithme d'incréméntation	151
6. Application à un cas canonique déduit de Costes et Bellonte	153
7. Impact d'une erreur systématique sur les données	158
8. Problème à solutions multiples et problème du point incomplet	159

Chapitre 8 ..... 162

**Traitement par la MPS d'exemples**

**de navigation pris dans la littérature**

1. Remarques communes aux exercices de point astronomique	164
2. Exercice de point astronomique à deux observations par Bodenez	164
3. Exercice de point astronomique à deux observations par Ruiz	165
4. Exercice de point astronomique à trois observations par Stern-Veyrin	166
5. Exercice de point astronomique à trois étoiles par Asken	167
6. Exercice de point astronomique à trois observations transportées par Botrel	168
7. Exercice de point astronomique à deux planètes et deux étoiles par Bennett	169
8. Exercice de point à trois étoiles en approche directe par Bourbon	170
9. Remarques communes aux exercices de multilatération par satellites	171
10. Exercice de multilatération à quatre satellites par Burnside et Dana	171
11. Exercice de multilatération à quatre satellites par Awange et Grafarend	173
12. Exercice de multilatération à six satellites par Strang et Borre	174
13. Exercice de multilatération à huit satellites par Choi et Cicci	175
14. Conclusion du chapitre	177

Chapitre 9 ..... 178

**Hybridation native**

**et autres perspectives**

1. Hybridation au sens large	180
2. Navigation hybride et coopérative pour la route intelligente	182
3. Besoin d'hybridation pour les mobiles maritimes	184
4. Principes de l'hybridation native des données brutes satellitaires et astronomiques	187
5. Application au problème minimal d'un astre et de deux satellites	189
5.1 Analyse restreinte dans le plan diamétral des deux satellites	190
5.2 Retour au problème 3D	194
5.3 Algorithmes de résolution en 3D	196
6. Cas canonique déduit de Costes et Bellonte	197
7. Autres perspectives d'évolution de la méthode	199

Conclusion ..... 202

Annexe 1 ..... 208

**Quelques compléments**

**de mathématiques**

1. Moindres carrés et matrice pseudo-inverse	210
2. Méthode de Bancroft pour la navigation par satellite	211
3. Notions sur le filtrage de Kalman	213

Annexe 2 ..... 216

**Bibliographie**

1. Catégorie H (Historique)	218
2. Catégorie N (Navigation)	225
3. Catégorie S (Plan des Sommets)	227
4. Catégorie G (GPS et GNSS)	230
5. Catégorie I (programmation Informatique)	231
6. Catégorie P (Pratique)	233
7. Catégorie Y (hYbridation)	235

Annexe 3 ..... 240

**Notice technique du logiciel ASTROLAB v3**

1. Généralités	242
2. Programme RECOEFM5	243
3. Programme FOBSRID3	245
4. Programme FOBSEDI2	245
5. Programme PTPLSOM5	246
6. Cas tests	247
7. Avertissements	248
8. Références applicables au fichier de test	249

Annexe 4 ..... 250

**Le Monologue du navigateur**

Jour 1	252
Jour 2	253
Jour 3	254

## Préface de l'Institut français de navigation

*« Étonnants voyageurs ! Quelles nobles histoires  
nous lisons dans vos yeux profonds comme les mers !  
[...] Au fond de l'inconnu pour trouver du nouveau. »*

Baudelaire

La méthode du Plan des sommets constitue une autre manière de se positionner, de faire le « point ».

C'est une méthode directe, indépendante de tout point, fût-il estimé ou arbitraire. Elle est fondée sur des propriétés géométriques simples et fait beaucoup appel à l'algèbre linéaire, en marginalisant les traitements non-linéaires. Autorisant de nombreuses observations, elle permet ainsi de traiter l'erreur.

Initiée par l'auteur dans les années quatre-vingt-dix à partir de l'utilisation des satellites, cette méthode s'applique aussi à la navigation astronomique. Pour cette application, c'est la revue *Navigation* de l'IFN qui a publié les premiers articles. Certains éléments en sont repris puis largement développés dans cet ouvrage.

Ainsi, la navigation astronomique « automatisée » pourrait assumer la redondance de la navigation par satellite, actuellement prévue être assurée par un autre GNSS, dans les règles de la convention Safety of life at sea (SOLAS) de l'Organisation maritime internationale (OMI).

Mieux, on pourrait hybrider les deux « systèmes », ainsi qu'il avait été envisagé de faire, il fut un temps, pour le GPS et le LORAN-C, notamment. Avec la méthode du Plan des sommets, ce travail a été abordé en 2006.

Enfin, on répondrait ainsi aux préoccupations de l'OMI et plus précisément aux préceptes de sa convention Seafarers training, certification and watchkeeping (STCW). Cette convention exige en effet des navigateurs hauturiers qu'ils connaissent la navigation électronique, mais également la navigation astronomique.

Ceci dit, quelle est la démarche de l'auteur ? Elle est méthodique, il va de soi.

- Tout d'abord quelques rappels indispensables :  
Un historique de la navigation : l'Antiquité grecque, les grands voyages, les grandes découvertes, Copernic et Kepler, la longitude par l'heure, la trigonométrie sphérique et les tables de calcul, les navigations hyperbolique, inertielle et par satellite.
- Les principes des méthodes de navigation aux « amers célestes » où l'on retrouve les fondamentaux tels l'estime, la cartographie – ENC, ECDIS – les algorithmes et l'automatisation du « triangle d'or » à savoir :
  - identification et éphémérides ;
  - observations ou mesures ;
  - calculs (électronique ou tables).
- Puis, le vif du sujet :
  - Les fondements géométriques de la méthode du Plan des sommets : formulation du lieu des points liés à une observation, conjugaison polaire ;
  - La mise en équations de la méthode dans le cadre de la navigation astronomique : prédiction et correction, avec en parallèle estimation de l'erreur ;
  - L'intégration des traitements adéquats contre les singularités, avec changement de modèles piloté par indicateurs ;
  - L'application à la navigation astronomique – Présentation de logiciels ;
  - L'application à la navigation par satellite : paramétrage en altitude et itération, convergence, programmation ;
  - Des exemples concrets, permettant la confrontation avec d'autres méthodes ;
  - Les perspectives de développement autour de l'hybridation.
- Enfin, la conclusion dans laquelle force sera pour le lecteur d'admettre que la méthode du Plan des sommets, contrairement à celles que nous appellerons « méthodes différentielles » en regroupant « droites de hauteur » dans le plan et linéarisation dans l'espace, est à la fois universelle, autonome, globale, directe et sûre.

Suivent plusieurs annexes, dont la liste des références bibliographiques, particulièrement intéressante et conséquente.

En bref, un ouvrage innovant, conciliant ce que d'aucuns considéraient à tort comme dépassé, à savoir la navigation astronomique, avec la navigation par satellite, que l'on ne saurait suivre aveuglément, en automatisant paramètres, calculs, corrections, de manière à faciliter la tâche du navigateur, tout en rendant la navigation plus sûre, conformément, là encore, aux vœux de l'OMI.

Jean-Louis GUIBERT  
Secrétaire général de l'Institut français de navigation