

F - TAFEL
Deutsche Seewarte

Ce recueil de tables a été mis au point pour les besoins de la marine de guerre allemande et a fait l'objet d'une première publication vers 1937¹. Cette table est construite sur la base de celle d'Ogura ; elle a plusieurs points communs avec la table anglaise de Myerscough et Hamilton dont la première édition remonte sensiblement à la même période. La table allemande s'en distingue cependant par l'originalité de la méthode adoptée pour calculer l'azimut de l'astre.

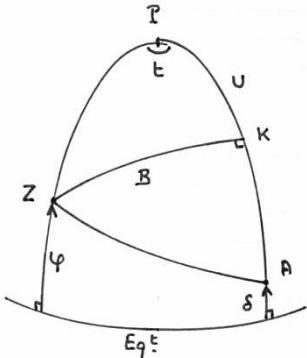
La présente analyse repose sur l'examen de l'édition de 1941 de la table F. Le document est de dimensions proches² du format A4, pèse environ 480 g et comporte au total 112 pages se décomposant ainsi :

- 1) Instructions d'emploi et exemples (en allemand exclusivement) sur 23 pages ;
- 2) Tables 1 et 2 pour le calcul de la hauteur et donnant les éléments de calcul d'azimut sur 59 pages ;
- 3) Tables 3 et 4 d'ajustement en latitude et longitude (passage du point auxiliaire au point estimé) sur 6 pages ;
- 4) Tables 5 : table de conversion sur 1 page ;
- 5) Tables 6 à 10 de correction des hauteurs (soleil, lune, planètes et étoiles) sur 10 pages ;
- 6) Table 11 de calcul de l'azimut sur 13 pages.

Dans l'ensemble de cette fiche, on utilise les notations de la table F. L'analyse concerne essentiellement les tables 1 et 11.

Formulation du calcul de la hauteur :

Le triangle de position de l'astre, PZA, est construit à partir du pôle élevé ; la latitude, notée φ , est donc une quantité positive, inférieure à 90° . La déclinaison de l'astre, notée δ , est positive si elle est de même nom que la latitude, négative dans le cas contraire.



¹ Selon le Bowditch (1977), page 574. Le professeur H. C. Freiesleben, dans l'article « Nouvelles tables de calcul simplifié de droites de hauteur » paru dans la revue de l'Institut Français de Navigation (octobre 1955, page 370) évoque l'édition de 1939 : s'agit-il de la première édition ?

² Le format de la table est de 20 cm sur 30 cm.

Ce triangle de position est décomposé en deux triangles sphériques rectangles en abaissant, à partir du zénith Z, la perpendiculaire sphérique ZK au méridien de l'astre. Ces triangles sont PZK et ZKA. On note B l'arc ZK et U l'arc PK. t est l'angle au pôle déduit de l'angle horaire local AHag.

En utilisant la règle du pentagone de Neper dans les triangles rectangles PZK et ZKA, on obtient :

$$\tan U = \cos t \cdot \cot \varphi \quad , \quad \sin B = \sin t \cdot \cos \varphi \quad , \quad \sin H = \cos AK \cdot \cos B$$

Donnant à U le nom de la latitude si $t < 6$ h (ou 90°) et le nom contraire si $t > 6$ h, on vérifie que :

$$\cos AK = \sin(\delta + U) \quad \text{soit} \quad \sin H = \sin(\delta + U) \cdot \cos B$$

Les deux premières formules permettent le calcul de U et de B en fonction des données t et φ . La hauteur H se calcule à partir de la 3^e formule, après avoir formé la somme algébrique $\delta + U$.

Formulation du calcul de l'azimut :

On emploie ici la formule du calcul de l'azimut par l'heure et la hauteur ; on applique donc l'analogie des sinus dans le triangle de position de l'astre et on introduit un arc auxiliaire P, ce qui donne :

$$\sin A_z \cdot \cos H = \sin t \cdot \cos \delta = \cos P$$

Dans cette expression, qui sera calculée en valeur absolue, A_z désigne l'azimut de l'astre par quadrant de 0° à 90° , à partir du N ou du S, vers l'E ou vers l'W.

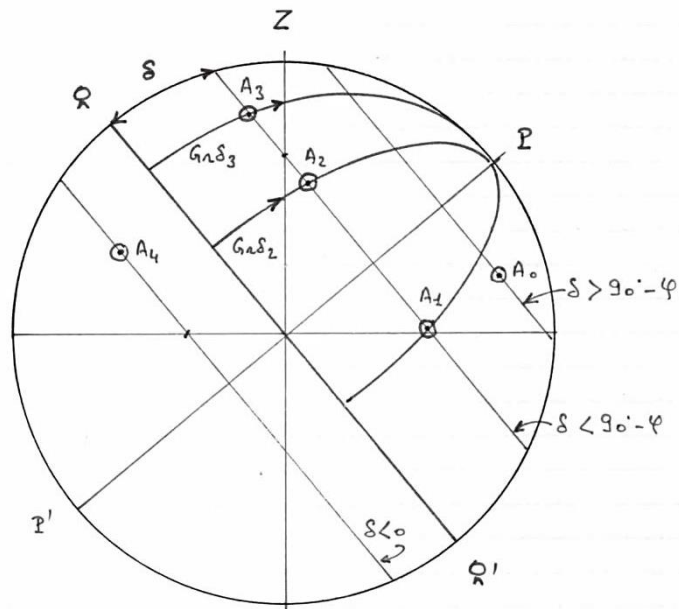
Le calcul de l'azimut nécessite donc d'abord d'évaluer l'arc auxiliaire P en fonction de l'angle au pôle t et de la déclinaison δ , puis, à l'aide de la même table puisque les formules sont identiques, de rechercher A_z en fonction de P et de la hauteur H.

La détermination E ou W est donnée par la valeur de l'angle horaire local :

- A_z est E si $24 \text{ h} > \text{AHag} > 12 \text{ h}$,
- A_z est W si $12 \text{ h} > \text{AHag} > 0 \text{ h}$.

La détermination N ou S est donnée par la position de l'astre par rapport au premier vertical. On distingue plusieurs cas de figure représentés sur la figure ci-après. Ayant noté P le pôle élevé et P' le pôle abaissé :

- 1) Si déclinaison δ et latitude φ sont de même nom et que $\delta > 90^\circ - \varphi$ (position A_0), alors A_z est du nom du pôle élevé ;
- 2) Si déclinaison δ et latitude φ sont de même nom et que $t > 6$ h (position A_1), alors A_z est du nom du pôle élevé ;
- 3) Si déclinaison δ et latitude φ sont de noms contraires (position A_4), alors A_z est du nom du pôle abaissé.
- 4) Il reste à lever l'ambiguïté dans le cas où latitude et déclinaison sont de même nom, que $t < 6$ h et que $\delta < 90^\circ - \varphi$. Pour cela, on définit dans la table F la quantité $\text{Gr.}\delta$ qui est la déclinaison d'un astre fictif qui a toujours même angle au pôle t que l'astre considéré et qui est situé sur le premier vertical. Cette quantité s'évalue facilement car le triangle de position de cet astre fictif est toujours rectangle en Z et on a : $\tan \text{Gr.}\delta = \cos t \cdot \tan \varphi$.



La comparaison entre δ et $Gr.\delta$ permet ensuite de trouver le nom de A_z :

- 5) Si $\delta > Gr.\delta$ (position A_2), alors A_z est du nom du pôle élevé ;
- 6) Si $\delta < Gr.\delta$ (position A_3), alors A_z est du nom du pôle abaissé.

Tabulation :

L'usage de cette table est basé sur la définition d'un point auxiliaire de calcul tel que :

- sa latitude φ_a soit le nombre entier de degrés le plus proche de la latitude estimée,
- sa longitude G_a soit telle que l'angle au pôle auxiliaire soit le nombre entier de degrés le plus proche de l'angle au pôle estimé.

Dans l'ensemble du document, l'angle au pôle t est exprimé en heures et minutes.

La table 1 donne en fonction de l'angle au pôle t et de la latitude φ :

- l'arc U , au dixième de minute près,
- la quantité $V = \log \cos B$ avec 5 décimales, sous la forme classique d'un complément à 10,
- l'arc $Gr.\delta$ au dixième de degré près.

La table 1 donne également, en fonction de l'angle au pôle t et de la déclinaison δ (que l'on entre à la place de la latitude), l'arc auxiliaire P tel que $\cos P = \sin t . \cos \delta$ au dixième de degré près. Cette table 1 donne enfin l'azimut calculé selon la formule $\cos P = \sin A_z . \cos H$.

Dans cette table 1, l'angle au pôle t est argumenté toutes des 4 minutes rondes (ou tous les degrés), de 0 à 6 h puis de 6 h à 12 h ; il est placé en tête de colonne. L'azimut est placé en bas de colonne et sa valeur en degrés entiers est égale à celle donnée à t . La latitude (ou la déclinaison ou la hauteur) est argumentée, en table principale, de 0° à 70° , avec un intervalle de 1° . Des tableaux secondaires donnent les éléments pour une latitude (ou une déclinaison ou une hauteur) comprise entre 70° et 90° .

La table 1 ne permet une évaluation précise de l'azimut (au demi-degré) que si son taux de variation par rapport à l'arc P n'est pas trop important au vu d'un arc P évalué au dixième de degré près. Les concepteurs de la table ont limité ce taux à (en valeur absolue) :

$$\frac{\Delta A_z}{\Delta P} = \frac{|-\sin P|}{\cos A_z \cdot \cos H} < 3,33$$

En d'autres termes, la variation de l'azimut ne doit pas excéder 1° lorsque P varie de 0,3°. Ces conditions sont toujours vérifiées tant que l'angle au pôle de l'astre est inférieur à 2 h 30 m et que, simultanément, la hauteur est inférieure à 70°, c'est-à-dire sur les 13 premières pages de la table 1. Les autres pages de la table 1 sont partagées en deux zones séparées par un trait tireté ; les conditions de bonne précision de calcul d'azimut par la table 1 sont vérifiées lorsque le point de calcul de la formule $\cos P = \sin A_z \cdot \cos H$ se situe dans la zone située au-dessus du trait. Dans le cas contraire, il faudra calculer l'azimut avec la table 11, plus précise.

D'une manière générale, il faudra recourir à la table 11 lorsque l'astre est proche du premier vertical et et/ou lorsque la hauteur est importante.

On effectue ensuite la détermination du quadrant de A_z comme indiqué plus haut.

Un extrait de la table 1 figure en Annexe 1.

La table 2 donne les logarithmes décimaux du sinus de l'argument avec 5 décimales. Cette table permet d'effectuer le calcul de la hauteur :

$$\sin H = \cos B \cdot \sin(\delta + U) \quad \text{soit} \quad \log \sin H = V + \log \sin(\delta + U)$$

On y remarque les tableaux de parties proportionnelles permettant de calculer sans difficulté la hauteur au dixième de minutes près.

Enfin, la table 11 permet de calculer à la minute près l'arc auxiliaire P en fonction de t et de δ puis de calculer ensuite l'azimut A_z en fonction de l'angle P et de la hauteur H. Cette table a pour arguments verticaux H ou δ et pour arguments horizontaux A_z ou t, P figurant en valeur calculée. La valeur de P se détermine simplement par simple lecture en fonction de t et de δ et éventuelle interpolation. Pour trouver l'azimut, il faut entrer avec la hauteur H et suivre la ligne correspondante jusqu'à trouver une valeur de P aussi voisine que possible de la valeur considérée ; la valeur cherchée de A_z figure en bas de colonne en degrés entiers.

Ajustement en latitude et longitude :

Selon le professeur H. C. Freiesleben³, les officiers de réserve provenant de la marine marchande ainsi que les professeurs de navigation se seraient montrés fermement opposés à l'emploi du point auxiliaire ; il a donc été nécessaire d'adjoindre au document deux tables (tables 3 et 4) permettant de corriger la hauteur calculée à partir du point auxiliaire pour obtenir la hauteur qui aurait été calculée à partir du point estimé.

Ces tables sont construites sur la base de la formule :

³ Voir note de bas de page n° 1.

$$\Delta H = \cos A_z \cdot \Delta\varphi + (-\cos \varphi \cdot \sin A_z \cdot \Delta AHag)$$

Elles sont d'un emploi simple pour évaluer les valeurs absolues des deux termes correctifs mais les règles de signe à employer sont complexes. Un extrait de la table d'ajustement en longitude, dont la disposition est particulièrement commode, figure en Annexe II.

Nous ne nous étendrons pas plus sur ce point, renvoyant à la fiche d'analyse des « Rapid Navigation Tables » de Myerscough et Hamilton qui utilisent ce même artifice.

Exemple :

Estime		Coordonnées horaires		Observation	
ϕ_e	35° 42' N	AHap	28° 17,0'	H_v	61° 51,9'
G_e	19° 38' W	δ	8° 43,1' N		Altaïr
AHag _e = 8° 39,0' ; t = 0 h 34 m 36 s W					

On adopte $\varphi_a = 36^\circ$ N comme latitude auxiliaire et $t_a = 0$ h 36 m W (9°) comme angle au pôle auxiliaire, ce qui donne une longitude auxiliaire $G_a = 19^\circ 17'$ W.

La table 1 donne, en fonction de t_a et de φ_a les quantités U, V et Gr. δ . On relève ensuite, pour la même valeur de t_a , et en fonction de δ l'arc P.

On recherche ensuite, en table 2, le $\text{logsin}(\delta + U)$ puis, après avoir fait la somme des deux logarithmes, on extrait, toujours dans la table 2, la hauteur calculée H_c .

Les conditions de bonne précision étant réunies, l'azimut se calcule directement avec la table 1 (arguments $H = 61,5^\circ$ et $P = 81,1^\circ$ qui donnent $A_z = 19^\circ$). Il n'est pas nécessaire ici d'avoir recours à la table 11. On en donne cependant ci-après l'extrait utile. La détermination est W (car $AHag < 12$ h) et S car latitude et déclinaison sont de même nom et $\delta < Gr.\delta$.

$\delta =$	8° 43,1' N	V =	9,99649	P =	81,1°
U =	53° 39,7' N	T2 =	9,94746	Gr. $\delta =$	35,7°
$\delta + U =$	62° 22,8' N	V+T2 =	9,94395		
$H_v =$	61° 51,9'			$A_z =$	S19°W
- $H_c =$	61° 30,7'				
Int =	+21,2'			Z =	199°

Les résultats sont identiques à ceux trouvés dans un calcul effectué à la calculatrice. Dans cet exemple, les éléments de la droite de hauteur trouvés permettent sa construction par rapport au point auxiliaire.

L'extrait utile de la table 1 figure en annexe. La table 2 est une table de logarithmes classique à 5 décimales ; il n'en est pas donné d'extrait.

δ ou H ↓	t = 1 h 12	t = 1 h 16	t = 1 h 20
...
60°	81° 07'	80° 38'	80° 09'
	<i>.27</i>	<i>.29</i>	<i>.30</i>
61°	81° 23'	80° 55'	80° 27'
	<i>.27</i>	<i>.29</i>	<i>.30</i>
62°	81° 40'	81° 12'	80° 46'
	<i>.28</i>	<i>.29</i>	<i>.31</i>
...
	A_z = 18°	A_z = 19°	A_z = 20°

Les valeurs en italiques portées en partie droite des colonnes sont les variations de l'élément calculé pour une variation de 1' de l'argument vertical.

Commentaires :

La table F est d'une excellente présentation, facile à feuilleter et à lire. Mis à part le calcul de l'azimut, elle n'apporte rien de particulièrement nouveau par rapport aux autres tables de la même famille : elle en possède les mêmes caractéristiques.

Le calcul d'azimut est original, très simple dans son principe, il peut être effectué très rapidement si la simple utilisation de la table 1 est suffisante.

Les corrections de hauteur pour se ramener au point estimé (ajustements) sont, à notre avis, inutiles et font perdre tout l'intérêt de ce genre de table si on les exécute ; de surcroît, l'application de ces termes correctifs constitue un risque potentiel d'erreurs. Dans la pratique une détermination graphique de l'intercept par rapport au point estimé sera nécessaire et suffisante.

ANNEXE II

EXTRAIT DE LA TABLE D'AJUSTEMENT EN LONGITUDE

Breite											Höhenverbesserung für													
40°	41°	42°	43°	44°	45°	46°	47°	48°	49°	50°	0 ^s	10 ^s	20 ^s	30 ^s	40 ^s	50 ^s	60 ^s	70 ^s	80 ^s	90 ^s	100 ^s	110 ^s	120 ^s	
Azimut																								
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	0,0	0,0	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	0,0	0,1	0,2	0,3	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	0,0	0,1	0,3	0,4	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,4	1,4	1,6
5	5	5	5	6	6	6	6	6	6	6	0,0	0,2	0,3	0,5	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4	1,6	1,7	1,9	1,9	2,1
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	8	0,0	0,2	0,4	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	2,0	2,2	2,4	2,4	2,6
8	8	8	8	8	9	9	9	9	9	9	0,0	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,6	1,8	2,1	2,4	2,6	2,9	2,9	3,1
9	9	9	10	10	10	10	10	10	11	11	0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7	3,0	3,4	3,4	3,7
10	11	11	11	11	12	12	12	12	12	13	0,0	0,3	0,7	1,0	1,4	1,7	2,1	2,4	2,8	3,1	3,5	3,8	4,2	4,2
12	12	12	13	13	13	13	14	14	14	16	0,0	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,3	2,7	3,1	3,5	3,9	4,3	4,3	4,7
13	13	14	14	14	15	15	15	15	16	16	0,0	0,4	0,9	1,3	1,7	2,2	2,6	3,0	3,5	3,9	4,3	4,8	4,8	5,2
14	15	15	15	16	16	16	17	17	17	17	0,0	0,5	1,0	1,4	1,9	2,4	2,9	3,3	3,8	4,3	4,8	5,2	5,2	5,7
16	16	17	17	17	18	18	18	18	19	19	0,0	0,5	1,0	1,6	2,1	2,6	3,1	3,6	4,2	4,7	5,2	5,7	5,7	6,2
17	17	18	18	19	19	19	20	20	20	20	0,0	0,6	1,1	1,7	2,2	2,8	3,4	3,9	4,5	5,1	5,6	6,2	6,2	6,7
18	19	19	20	20	21	21	22	22	22	22	0,0	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8	5,4	6,0	6,7	6,7	7,3
20	20	21	21	22	22	23	23	23	24	24	0,0	0,6	1,3	1,9	2,6	3,2	3,9	4,5	5,2	5,8	6,5	7,1	7,1	7,8
21	21	22	23	23	24	24	25	25	25	25	0,0	0,7	1,4	2,1	2,8	3,4	4,1	4,8	5,5	6,2	6,9	7,6	7,6	8,3
22	23	24	24	25	25	26	26	26	27	27	0,0	0,7	1,5	2,2	2,9	3,7	4,4	5,1	5,8	6,6	7,3	8,0	8,0	8,8
24	24	25	26	26	27	28	28	28	29	29	0,0	0,8	1,5	2,3	3,1	3,9	4,6	5,4	6,2	7,0	7,7	8,5	8,5	9,3
25	26	26	27	28	28	29	29	30	30	30	0,0	0,8	1,6	2,4	3,3	4,1	4,9	5,7	6,5	7,3	8,1	9,0	9,0	9,8
27	27	28	28	29	30	31	31	32	32	32	0,0	0,9	1,7	2,6	3,4	4,3	5,1	6,0	6,8	7,7	8,6	9,4	9,4	10,3
28	29	29	30	31	32	32	33	34	34	34	0,0	0,9	1,8	2,7	3,6	4,5	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	9,9	9,9	10,8
29	30	31	31	32	33	34	35	36	36	36	0,0	0,9	1,9	2,8	3,7	4,7	5,6	6,6	7,5	8,4	9,4	10,3	10,3	11,2
31	31	32	33	34	35	36	37	37	37	37	0,0	1,0	2,0	2,9	3,9	4,9	5,9	6,8	7,8	8,8	9,8	10,7	10,7	11,7
32	33	34	34	35	36	37	37	38	39	39	0,0	1,0	2,0	3,1	4,1	5,1	6,1	7,1	8,1	9,2	10,2	11,2	11,2	12,2
33	34	35	36	37	38	39	40	41	41	41	0,0	1,1	2,1	3,2	4,2	5,3	6,3	7,4	8,5	9,5	10,6	11,6	11,6	12,7
35	36	37	38	39	40	41	42	43	43	43	0,0	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5	6,6	7,7	8,8	9,9	11,0	12,1	12,1	13,2
36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	45	0,0	1,1	2,3	3,4	4,5	5,7	6,8	7,9	9,1	10,2	11,3	12,5	12,5	13,6
38	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	0,0	1,2	2,3	3,5	4,7	5,9	7,0	8,2	9,4	10,6	11,7	12,9	12,9	14,1
39	40	41	42	43	44	45	46	48	49	49	0,0	1,2	2,4	3,6	4,8	6,1	7,3	8,5	9,7	10,9	12,1	13,3	13,3	14,5
41	41	42	43	44	45	46	47	48	50	51	0,0	1,3	2,5	3,8	5,0	6,3	7,5	8,8	10,0	11,3	12,5	13,8	13,8	15,0
42	43	44	45	46	47	48	49	50	52	53	0,0	1,3	2,6	3,9	5,2	6,4	7,7	9,0	10,3	11,6	12,9	14,2	14,2	15,5
44	45	46	47	49	50	51	52	54	56	56	0,0	1,3	2,6	4,0	5,3	6,6	7,9	9,3	10,6	11,9	13,2	14,6	14,6	15,9
45	46	47	48	49	50	52	53	54	56	58	0,0	1,4	2,7	4,1	5,4	6,8	8,2	9,5	10,9	12,3	13,6	15,0	15,0	16,3
47	48	49	51	52	54	55	57	58	60	60	0,0	1,4	2,8	4,2	5,6	7,0	8,4	9,8	11,2	12,6	14,0	15,4	15,4	16,8
48	49	51	52	53	54	56	57	59	61	63	0,0	1,4	2,9	4,3	5,7	7,2	8,6	10,0	11,5	12,9	14,3	15,8	15,8	17,2
50	51	52	53	55	56	58	60	61	64	66	0,0	1,5	2,9	4,4	5,9	7,3	8,8	10,3	11,8	13,2	14,7	16,2	16,2	17,6
52	53	54	55	57	58	60	62	64	67	69	0,0	1,5	3,0	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	16,6	16,6	18,1
53	55	56	57	59	61	62	65	67	70	73	0,0	1,5	3,1	4,6	6,2	7,7	9,2	10,8	12,3	13,9	15,4	16,9	16,9	18,5
55	56	58	59	61	63	65	67	70	74	78	0,0	1,6	3,1	4,7	6,3	7,9	9,4	11,0	12,6	14,2	15,7	17,3	17,3	18,9
57	58	60	62	63	65	68	70	74	78	90	0,0	1,6	3,2	4,8	6,4	8,0	9,6	11,2	12,9	14,5	16,1	17,7	17,7	19,3
59	60	62	64	66	68	71	74	79	90		0,0	1,6	3,3	4,9	6,6	8,2	9,8	11,5	13,1	14,8	16,4	18,0	18,0	19,7
61	62	64	66	68	71	74	79	90			0,0	1,7	3,3	5,0	6,7	8,4	10,0	11,7	13,4	15,1	16,7	18,4	18,4	20,1
63	65	67	69	71	75	79	90				0,0	1,7	3,4	5,1	6,8	8,5	10,2	11,9	13,6	15,3	17,0	18,8	18,8	20,5
65	67	69	72	75	79	90					0,0	1,7	3,5	5,2	6,9	8,7	10,4	12,2	13,9	15,6	17,4	19,1	19,1	20,8
67	70	72	75	79	90						0,0	1,8	3,5	5,3	7,1	8,8	10,6	12,4	14,1	15,9	17,7	19,4	19,4	21,2
70	72	75	80	90							0,0	1,8	3,6	5,4	7,2	9,0	10,8	12,6	14,4	16,2	18,0	19,8	19,8	21,6
73	76	80	90								0,0	1,8	3,7	5,5	7,3	9,1	11,0	12,8	14,6	16,5	18,3	20,1	20,1	21,9
76	80	90									0,0	1,9	3,7	5,6	7,4	9,3	11,1	13,0	14,9	16,7	18,6	20,4	20,4	22,3
80	90										0,0	1,9	3,8	5,7	7,5	9,4	11,3	13,2	15,1	17,0	18,9	20,8	20,8	22,6
90											0,0	1,9	3,8	5,7	7,7	9,6	11,5	13,4	15,3	17,2	19,2	21,1	21,1	23,0

Cette table est à triple entrée : latitude ϕ , azimut A_z et différence entre angle au pôle estimé et auxiliaire (en secondes). L'extrait ci-dessus est relatif aux latitudes comprises entre 40° et 50°. La table donne la valeur absolue de la correction : $\Delta H = \cos \phi \cdot \sin A_z \cdot \Delta t$; le résultat est exprimé en minutes d'arc. Ce terme correctif résulte de la différence entre longitudes estimée et auxiliaire. Une autre table donne l'autre terme correctif résultant de la différence de latitude. Cette autre table, à double entrée, et sans originalité particulière, n'a pas été représentée.

Exemple : $\phi = 43^\circ$, $A_z = 60^\circ$, $\Delta t = 65 \text{ s}$: $\Delta H = 10,3'$.